Übungen: Lineare Funktionen

1. Zeichnen Sie die Graphen der folgenden Funktionen und berechnen Sie die Nullstelle.
   a) f: $y = 2x - 3$
   b) f: $y = -3x + 6$
   c) f: $y = \frac{1}{4}x + 3$
   d) f: $y = -\frac{3}{2}x + 9$
   e) f: $y = x - 5$
   f) f: $y = \frac{1}{3}x - 2$
   g) f: $y = -0{,}5x - 3$
   h) f: $y = 7 - x$
2. Bestimmen Sie die lineare Funktion, deren Graph durch den Koordinatenursprung und durch den Punkt P geht!
   a) P(4/6)
   b) P(12/3)
   c) P(-3/9)
   d) P(8/-5)
   e) P(-1/-7)
   f) P(2,5/-7,5)
3. Bestimmen Sie die lineare Funktion, deren Graph durch den Punkt P geht und die Steigung k hat:
   a) P(4/6), $k = 1$
   b) P(3/1), $k = 2$
   c) P(4/4), $k = -\frac{3}{4}$
   d) P(-3/-5), $k = \frac{5}{3}$
   e) P(4/-2), $k = -3$
   f) P(6/0), $k = \frac{1}{2}$
4. Bestimmen Sie die lineare Funktion, deren Graph durch die Punkte A und B geht.
   a) A(1/1), B(3/5)
   b) A(-2/4), B(2/2)
   c) A(-3/2), B(6/8)
   d) A(-1/-1,5), B(3/-7,5)
   e) A(1/2), B(-1/-3)
   f) A(3/1,8), B(8/2,3)

Überlegen Sie bei den folgenden Beispielen, wofür k und d stehen.

5. Eine Taxifahrt kostet 2,50 € Grundgebühr und 1,20 € pro gefahrenem Kilometer.
   a) Geben Sie den Fahrpreis für eine x km lange Strecke als Funktion F(x) an.
   b) Wieviel kostet eine 8 km lange Fahrt?
   c) Wie weit kann man mit 10 € fahren?
   d) Skizzieren Sie den Graphen von F(x).
6. Ein Auto verbraucht 6 l Benzin auf 100 km. Der Tank fasst 50 l.
   a) Geben Sie die Restmenge R(x), die x km nach dem Tanken noch übrig ist, als Funktion an.
   b) Wieviel Benzin ist nach 250 km noch im Tank?
   c) Wann ist der Tank leer? Wie bezeichnet man diese Stelle der Funktion?
   d) Skizzieren Sie den Graphen von R(x).
7. Eine bestimmte Gasmenge hat bei 0 °C ein Volumen von 91 l. Wenn die Temperatur um 3 °C steigt, nimmt das Volumen (bei konstantem Druck) jeweils um 1 l zu.
   a) Stellen Sie das Volumen als Funktion der Temperatur dar und skizzieren Sie den Graphen.
   b) Berechnen Sie die Nullstelle der Funktion. Was bedeutet dieser Wert?
8. In einer Stadt waren im Jahr 2000 ca. 7200 PKW zugelassen, im Jahr 2010 ca. 11700. Man kann annehmen, dass die Anzahl der PKW linear wächst.
   a) Wieviele PKW werden pro Jahr neu zugelassen?
   b) Geben Sie die Anzahl der PKW nach t Jahren als Funktion an (2000 = Jahr 0).
   c) Wieviele PKW sind im Jahr 2016 zu erwarten?
   d) Wann wird es voraussichtlich 18000 PKW geben?
9. Die Blutalkoholkonzentration (BAK) kann mit folgender Formel abgeschätzt werden:

   $$c = \frac{V \cdot e \cdot \rho}{m \cdot r}$$

   Dabei bedeutet:

   c: Alkoholkonzentration im Blut in Promille

   V: Volumen des Getränks in ml

   e: Alkoholvolumenanteil

   $\rho = 0{,}8$: Dichte von Alkohol

   m: Masse der Person in kg

   r: Reduktionsfaktor (Männer: 0,7, Frauen: 0,6)

   Pro Stunde nimmt sie um 0,1 ‰ bis 0,2 ‰ ab.
   a) Ein 75 kg schwerer Mann trinkt 1,5 l Bier (5 % Alkohol). Wie viel Alkohol hat er direkt danach im Blut?

b) Geben Sie die BAK nach t Stunden als Funktion an, wenn pro Stunde 0,15 ‰ abgebaut werden. Skizzieren Sie den Funktionsgraphen.

c) Wann darf der Mann wieder ein Fahrzeug lenken (BAK höchstens 0,5‰)?

10. In den USA misst man die Temperatur in Grad Fahrenheit. 0 °C entsprechen 32 °F, 100 °C entsprechen 212 °F.

a) Geben Sie eine Gleichung für die Umrechnung von Celsius (T_C) in Fahrenheit (T_F) an und stellen Sie den Zusammenhang graphisch dar.

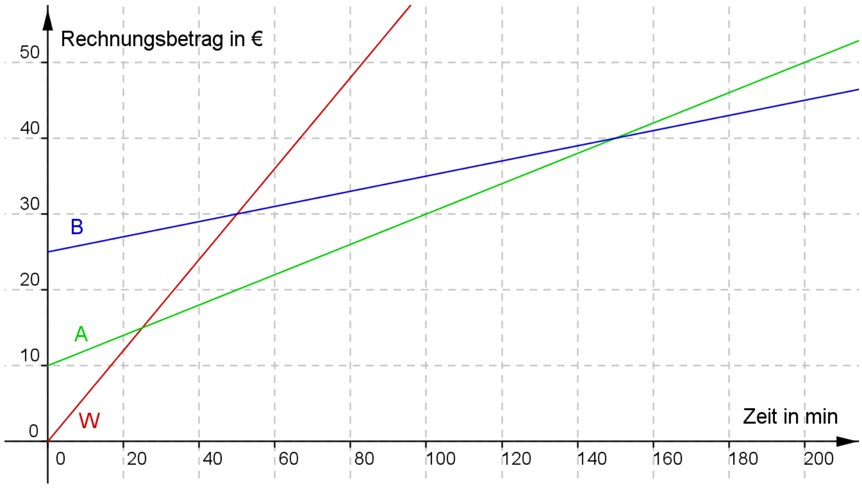
b) Wieviel °F entsprechen (i) 20 °C, (ii) -10 °C?

c) Wieviel °C entsprechen (i) 0 °F, (ii) 100 °F?

(Daniel Fahrenheit wählte als Nullpunkt seiner Skala die tiefste Temperatur des strengen Winters 1708/1709 in seiner Heimatstadt Danzig; 100 °F entsprach seiner eigenen Körpertemperatur.)

d) Gibt es eine Temperatur, bei der auf der Celsius- und auf der Fahrenheit-Skala die gleiche Zahl angezeigt wird?

11. Eine Mobiltelefongesellschaft bietet drei verschiedene Tarife an (Wertkarte, Tarif A, Tarif B), die in der folgende Grafik dargestellt werden.



a) Lesen Sie die Höhe der Grundgebühr und den Preis pro Minute bei allen drei Tarifen aus der Grafik ab.

b) Stellen Sie die Gebühr bei allen Tarifen als Funktion der Gesprächszeit dar.

c) Berechnen Sie, ab welcher Gesprächszeit Tarif A günstiger als ein Wertkartenhandy bzw. Tarif B günstiger als Tarif A ist.

d) Skizzieren Sie die Graphen zu folgenden Tarifen:

- Flatrate: um 40 € kann unbegrenzt telefoniert werden
- 20 € Grundgebühr, 100 Freiminuten, danach 0,1 €/min

12. Der Wiener Taxitarif, der seit 10. 2. 2011 in Kraft ist, legt für Fahrten werktags von 6 – 23 h folgende Preise fest:

Grundtaxe	2,50 €
bis 4 km	1,30 €/km
4 bis 9 km	0,99 €/km
ab 9 km	0,96 €/km

Geben Sie für jeden dieser drei Bereiche den Fahrpreis als lineare Funktion an und skizzieren Sie den Verlauf des Graphen.

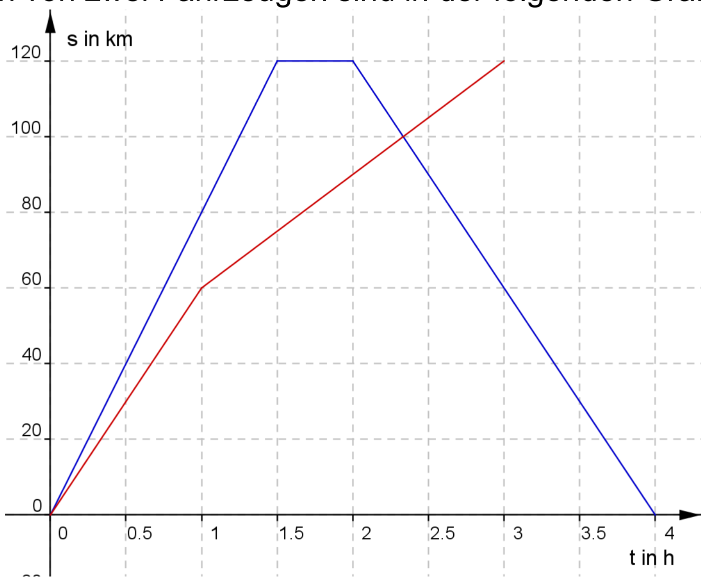
13. Die Orte A und B sind 12 km voneinander entfernt.

a) Martina geht mit gleichbleibender Geschwindigkeit von 4 km/h von A Richtung B. Geben Sie eine Funktion s_M an, die ihre Entfernung von A nach t Stunden beschreibt.

b) Julian geht zur gleichen Zeit von B weg und kommt nach 2 Stunden in A an. Stellen Sie seine Entfernung von A als Funktion s_J dar.

c) Stellen Sie beide Funktionen grafisch dar und lesen Sie aus der Zeichnung ab, wann und wo Martina und Julian einander treffen.

14. Die Bewegungen von zwei Fahrzeugen sind in der folgenden Grafik dargestellt.



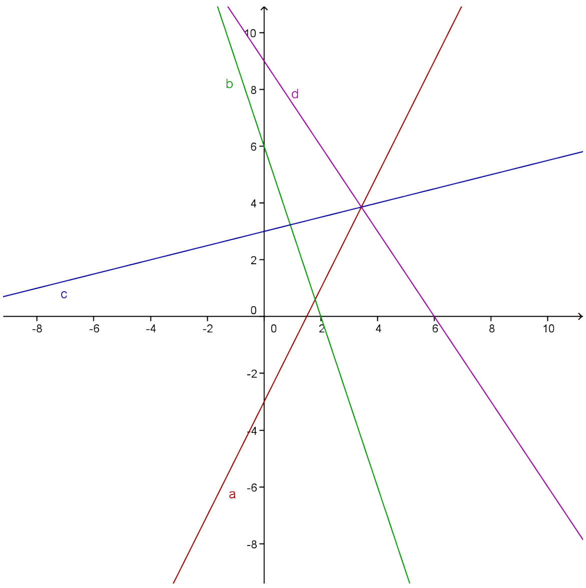
a) Beschreiben Sie das Verhalten der Fahrzeuge im dargestellten Zeitraum. Geben Sie auch die jeweiligen Geschwindigkeiten an.

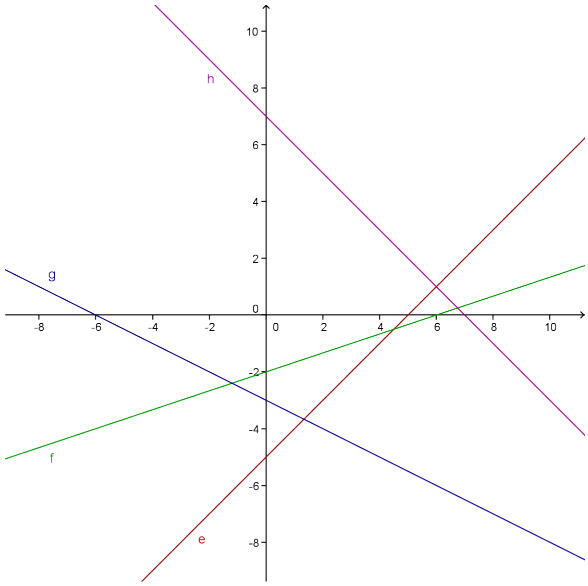
b) Stellen Sie für jeden Abschnitt eine Funktion auf, die den zurückgelegten Weg (Entfernung vom Ausgangspunkt) abhängig von der Zeit beschreibt.

c) Lesen Sie aus der Grafik ab, wann die beiden Fahrzeuge einander begegnen, und kontrollieren Sie Ihr Ergebnis durch eine Rechnung.

Ergebnisse:

1.





a) N(1,5/0) b) N(2/0) c) N(-12/0) d) N(6/0)

e) N(5/0) f) N(6/0) g) N(-6/0) h) N(7/0)

2. a) y = 1,5x b) y = ¼ x c) y = -3x d) $y = -\frac{5}{8}x$ e) y = 7x f) y = -3x

3. a) y = x + 2 b) y = 2x - 5 c) y = -¾ x + 7

d) $y = \frac{5}{3}x$ e) y = -3x + 10 f) y = ½ x - 3

4. a) y = 2x - 1 b) y = -0,5x + 3 c) y = ⅔ x + 4

d) y = -1,5x - 3 e) y = 2,5x - 0,5 f) y = 0,1x + 1,5

5. a) F(x) = 1,20x + 2,50 b) 12,10 € c) 6,25 km

6. a) R(x) = 50 - 0,06x b) 35 l c) ca. 833 km (Nullstelle)

7. a) V(T) = T/3 + 91 b) -273°C (absoluter Nullpunkt)

8. a) 450 b) y = 450t + 7200 c) 14400 d) im Jahr 2024

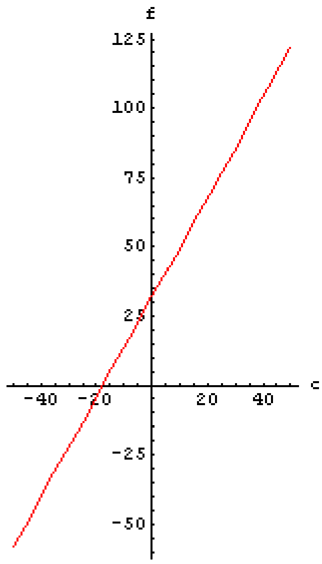
9. a) ca. 1,14 ‰ b) BAK(t) =1,14 – 0,15t c) nach ca, 4,3 h

10. a) $T_F = 1{,}8T_C + 32$

b) (i) 68°F, (ii) 14°F

c) (i) -17,8°C, (ii) 37,8°C

d) -40°



11.

a) Wertkarte: 0,60 €/Minute

Tarif A: 0,20 €/Minute, 10 € Grundgebühr

Tarif B: 0,10 €/Minute, 25 € Grundgebühr

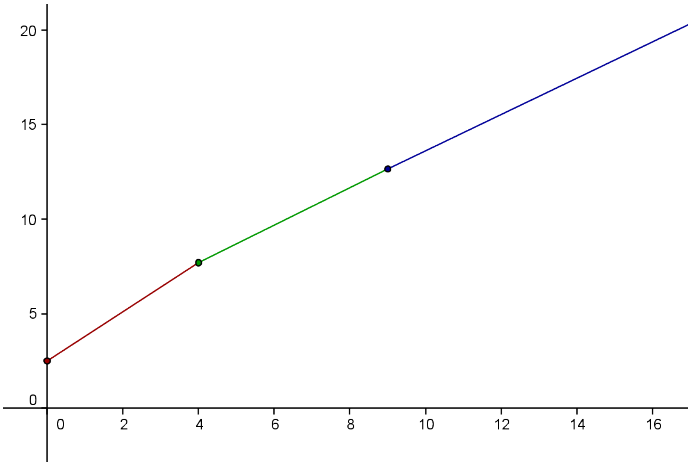
b) W: $y = 0{,}6x$; A: $y = 0{,}2x + 10$; B: $0{,}1x + 25$

c) 25 Minuten; 150 Minuten

12. 0 - 4 km: $F_1(x) = 1{,}30x + 2{,}50$

4 - 9 km: $F_2(x) = 0{,}99(x - 4) + 7{,}70 = 0{,}99x + 3{,}74$

ab 9 km: $F_3(x) = 0{,}96(x - 9) + 12{,}65 = 0{,}96x + 4{,}01$



13. a) $s_M(t) = 4t$ b) $s_J(t) = 12 - 6t$ c) nach 1,2 h, 4,8 km von A entfernt

14.

a) Fahrzeug 1 fährt 1 h mit 60 km/h, danach 2 h mit nur mehr 30 km/h. Fahrzeug 2 fährt 1,5 h mit 80 km/h, bleibt eine halbe Stunde am Ziel und fährt dann 2 h mit 60 km/h zurück.

b) Fahrzeug 1: $s_1(t) = 60t$ $\quad 0 \leq t < 1$

$s_2(t) = 30t + 30$ $\quad 1 \leq t \leq 3$

Fahrzeug 2: $s_3(t) = 80t$ $\quad 0 \leq t < 1{,}5$

$s_4(t) = 120$ $\quad 1{,}5 \leq t < 2$

$s_5(t) = -60t + 240$ $\quad 2 \leq t \leq 4$

c) nach 2 h 40 min