Übungen: Quadratische Funktionen

1. Zeichnen Sie die Graphen der folgenden Funktionen im angegebenen Intervall mithilfe einer Wertetabelle und berechne die Nullstellen:
   a) $f(x) = x^2 - 2$ [-2; 2]
   b) $f(x) = x^2 - 4x$ [-1; 5]
   c) $f(x) = 2x^2 - 2x - 4$ [-2; 3]
   d) $f(x) = x^2/2 + 2x + 2$ [-5; 1]
   e) $f(x) = -x^2 + x + 1$ [-2; 3]
   f) $f(x) = -2x^2 - 3x - 2$ [-3; 1]

2. (*) Berechnen Sie bei den folgenden Parabeln die Koordinaten des Scheitels, die Schnittpunkte mit der x-Achse und skizzieren Sie die Parabeln!
   a) $y = x^2 - 6x + 11$
   b) $y = x^2 - 2x - 3$
   c) $y = x^2 + 4x + 3$
   d) $y = x^2 + 5x + 7$

3. Berechnen Sie die Gleichung der quadratischen Funktion, deren Graph durch drei gegebene Punkte geht! Zeichnen Sie den Graphen und berechnen Sie die Nullstellen!
   a) A(0/6), B(1/3), C(2/2)
   b) A(0/0), B(2/4), C(3/3)
   c) P(-1/-4), Q(1/2), R(2/11)
   d) P(1/4,5), Q(2/5), R(4/3)

4. Die Faustregel für die Berechnung des Anhaltewegs (Fahrschulformel) lautet
   $$s = \frac{3v}{10} + \left(\frac{v}{10}\right)^2$$
   (v: Geschwindigkeit in km/h, s: Anhalteweg in m).
   a) Erstellen Sie eine Wertetabelle für v = 0, 10, 20, ... 100 km/h und zeichnen Sie den Graphen der Funktion!
   b) Wie schnell darf man höchstens fahren, wenn der Anhalteweg 100 m betragen darf?

5. Der Benzinverbrauch eines Autos wächst quadratisch mit der Geschwindigkeit. Bei einer bestimmten Fahrzeugtype wurden im höchsten Gang folgende Werte gemessen (v: Geschwindigkeit in km/h, B(v): Benzinverbrauch in l/100 km):

v	B(v)
60	5,0
80	5,8
100	7,4

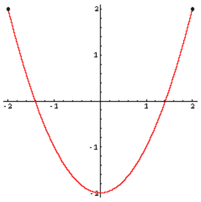
   a) Ermitteln Sie die Gleichung der quadratischen Funktion B(v).
   b) Wie viel Benzin verbraucht das Auto bei einer Geschwindigkeit von 130 km/h?

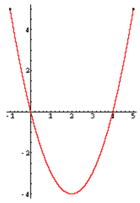
6. Eine Firma erzeugt Sportschuhe. Die Produktion von 100 Paar kostet 1800 €, bei 200 Paar belaufen sich die Produktionskosten auf 3000 €. Die Fixkosten betragen 1200 €. Es wird angenommen, dass die Kosten für die Produktion von x Paar durch eine quadratische Funktion K(x) angenähert werden können.
   a) Ermitteln Sie die Gleichung der Kostenfunktion K(x).
   b) Wie viel Paar können erzeugt werden, wenn die Produktionskosten maximal 9000 € betragen dürfen?
   c) In welchem Bereich muss die Produktionsmenge liegen, wenn die Kosten pro Paar höchstens 20,40 € betragen sollen?

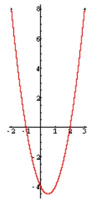
7. Aus einer Signalpistole wird eine Patrone senkrecht nach oben geschossen. Nach 2 Sekunden hat das Geschoß eine Höhe von 80 m, nach 4 Sekunden sind es 120 m. Die Höhe kann durch eine quadratische Funktion der Zeit angegeben werden (der Luftwiderstand wird vernachlässigt).
   a) Ermitteln Sie die Funktion und skizzieren Sie den Graphen.
      (Die Höhe nach 0 s ist natürlich 0.)
   b) In welcher Höhe liegt der höchste Punkt der Flugbahn?
   c) Wann trifft die Patrone wieder auf dem Boden auf?

Ergebnisse:

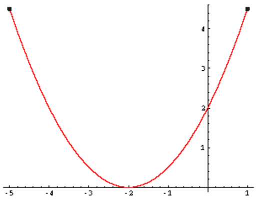
1.

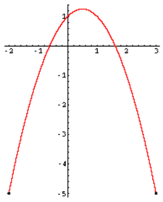


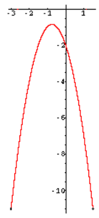




a) $N_1(-\sqrt{2}/0)$, $N_2(\sqrt{2}/0)$ b) $N_1(0/0)$, $N_2(4/0)$ c) $N_1(-1/0)$, $N_2(2/0)$

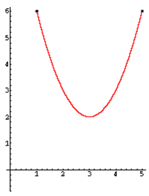


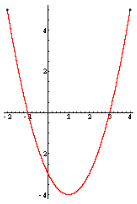




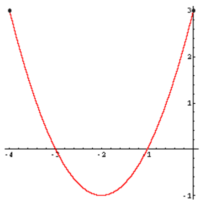
d) $N_{1,2}(-2/0)$ e) $N_1(-0{,}62/0)$, $N_2(1{,}62/0)$ f) keine Nullstelle

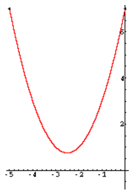
2.





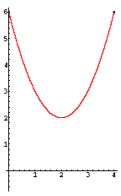
a) $S(3/2)$, keine Nullstelle b) $S(1/-4)$, $N_1(-1/0)$, $N_2(3/0)$

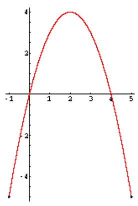




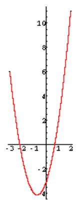
c) $S(-2/-1)$, $N_1(-3/0)$, $N_2(-1/0)$ d) $S(-2{,}5/0{,}75)$, keine Nullstelle

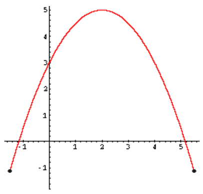
3.





a) $f(x) = x^2 - 4x + 6$; keine Nullstelle b) $f(x) = -x^2 + 4x$; $N_1(0/0)$, $N_2(4/0)$



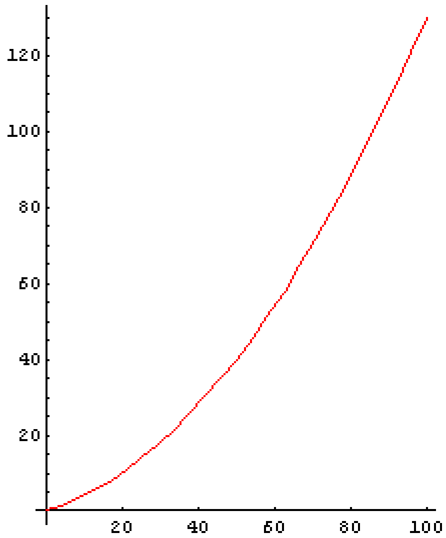


c) $f(x) = 2x^2 + 3x - 3$; $N_1(-2{,}19/0)$, $N_2(0{,}69/0)$

d) $f(x) = -0{,}5x^2 + 2x + 3$; $N_1(-1{,}16/0)$, $N_2(5{,}16/0)$

4.

a)



b) ca. 86 km/h

5.

a) $B(v) = 0{,}001v^2 - 0{,}1v + 7{,}4$

b) $B(130) = 11{,}3$ l

6.

a) $K(x) = 0{,}03x^2 + 3x + 1200$

b) 462 Paar

c) zwischen 80 und 500

7.

a) $h(t) = -5t^2 + 50\,t$

b) 125 m (nach 5 s)

c) nach 10 s