1) Für die Strecke zwischen der Haltestelle Rathaus und der Haltestelle Volkstheater benötigt ein Zug der U-Bahn-Linie U2 in Wien durchschnittlich 60 Sekunden. Der zurückgelegte Weg des Zugs zwischen diesen beiden Haltestellen lässt sich annähernd durch die Zeit-Weg-Funktion s wie folgt beschreiben: $s(t) = -\frac{1}{180} \cdot t^3 + \frac{1}{2} \cdot t^2$

t … Zeit nach der Abfahrt in Sekunden (s), $0 \leq t \leq 60$

s(t) … zurückgelegter Weg in Metern zum Zeitpunkt t

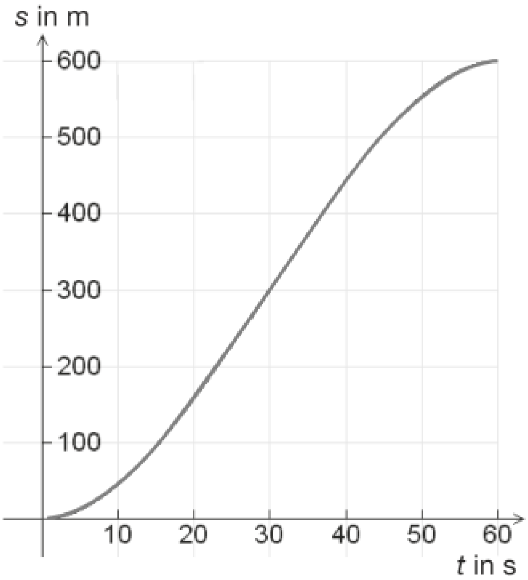
a) – Berechne die Strecke s in Metern, die der U-Bahn-Zug zwischen den beiden Haltestellen zurücklegt.

b) – Berechne die mittlere Geschwindigkeit des U-Bahn-Zugs in m/s für das Zeitintervall [30;45].

c) – Berechne die Momentangeschwindigkeit des U-Bahn-Zugs in m/s und in km/h für t = 45 s.

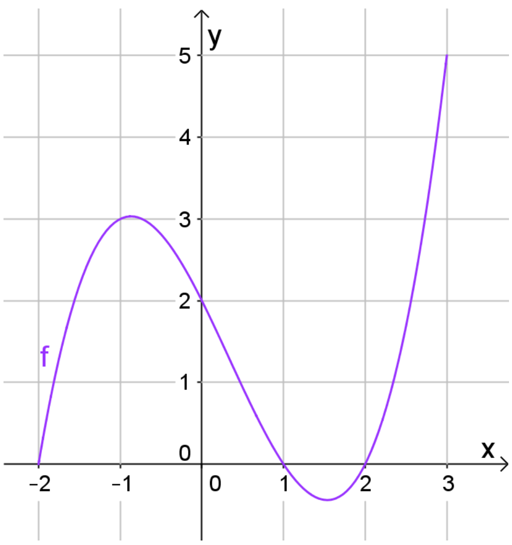
d) – Erkläre, wie am unten abgebildeten Zeit-Weg-Diagramm die Momentangeschwindigkeit abgelesen werden kann.

e) – Lese näherungsweise den Zeitpunkt ab, zu dem die Momentangeschwindigkeit maximal ist.



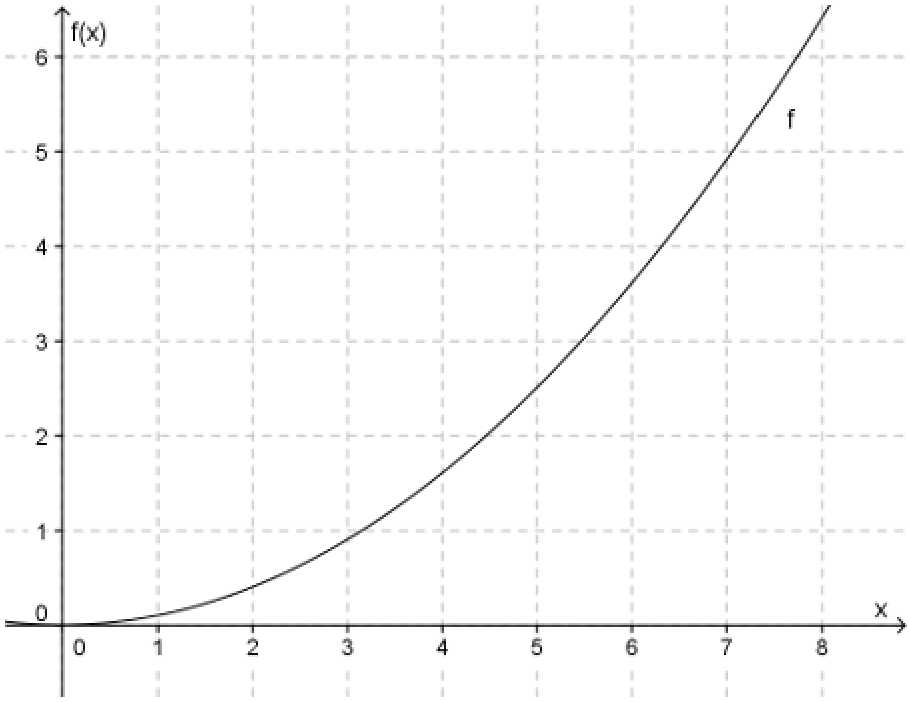
2) Eine reelle Funktion f ist im Intervall [−2;3] durch ihren Graphen gegeben. Kreuze die zutreffenden Aussagen an

f ist im Intervall [−2;−1] negativ gekrümmt	O
f ist für [−1;1] monoton fallend	O
Die erste Ableitung hat an der Stelle x = −1 einen positiven Wert	O
Das globale Maximum liegt bei x = 3	O
Der Wendepunkt liegt bei x = 0	O



3) Zeichne die 1.Ableitung der Funktion in die Grafik ein!

4) Die nachstehende Abbildung zeigt den Graphen der Funktion f mit der Gleichung $f(x) = 0{,}1x^2$



Aufgabenstellung:

Kreuze die beiden Aussagen an, die für die gegebene Funktion f zutreffend sind!

- ☐ Die absolute Änderung in den Intervallen [0; 3] und [4; 5] ist gleich groß.
- ☐ Die mittlere Änderungsrate der Funktion f in den Intervallen [0; 2] und [2; 4] ist gleich.
- ☐ Die momentane Änderungsrate an der Stelle $x = 5$ hat den Wert 2,5.
- ☐ Die momentane Änderungsrate an der Stelle $x = 2$ ist größer als die momentane Änderungsrate an der Stelle $x = 6$.
- ☐ Die Steigung der Sekante durch die Punkte $A = (3|f(3))$ und $B = (6|f(6))$ ist größer als die momentane Änderungsrate an der Stelle $x = 3$.

5) Von einer Polynomfunktion f dritten Grades sind die beiden lokalen Extrempunkte
$E_1 = (0|-4)$ und $E_2 = (4|0)$ bekannt.
− Welche Bedingungen müssen in diesem Zusammenhang erfüllt sein? Kreuze die zutreffende(n) Aussage(n) an!

$f(0) = -4$	O
$f'(0) = 0$	O
$f(-4) = 0$	O
$f'(4) = 0$	O
$f''(0) = 0$	O

6) Bestimme in x= 2 den Steigungswinkel der Funktion $f(x) = -x^3+10x$
(bezogen auf die positive x−Achsenrichtung)

7) Ein Unternehmen produziert Batterien.

a) Ein Händler kauft Batterien bei diesem Unternehmen und erhält die Information, dass erfahrungsgemäß 2 % der gelieferten Batterien defekt sind. Der Händler entnimmt einer umfangreichen Lieferung eine Zufallsstichprobe von 40 Batterien.

– Kreuze den Term an, der die Wahrscheinlichkeit angibt, dass höchstens 2 der entnommenen Batterien defekt sind.

$\binom{40}{2} \cdot 0{,}02^2 \cdot 0{,}98^{38}$	O
$\binom{40}{2} \cdot 0{,}02^2 \cdot 0{,}98^{38} + \binom{40}{1} \cdot 0{,}02 \cdot 0{,}98^{39}$	O
$0{,}98^{40} + \binom{40}{1} \cdot 0{,}02 \cdot 0{,}98^{39} + \binom{40}{2} \cdot 0{,}02^2 \cdot 0{,}98^{38}$	O
$1 - \left(\binom{40}{39} \cdot 0{,}02^{39} \cdot 0{,}98^1 + 0{,}02^{40}\right)$	O
$1 - \left(\binom{40}{1} \cdot 0{,}02^1 \cdot 0{,}98^{39} + 0{,}98^{40}\right)$	O

b) Für den Versand der Batterien an Einzelhändler werden diese jeweils in 4er-Packungen verpackt. Ein Einzelhändler erhält eine Lieferung von a 4er-Packungen. Die Wahrscheinlichkeit, dass eine zufällig ausgewählte Batterie defekt ist, beträgt p.

− Beschreibe, was mit dem Ausdruck $4 \cdot a \cdot p$ in diesem Sachzusammenhang berechnet wird.

c) Das Unternehmen gibt an, dass die Lebensdauer der Batterien annähernd normalverteilt mit dem Erwartungswert μ = 5 320 Betriebsstunden und der Standardabweichung σ = 156 Betriebsstunden ist.

– Berechne die Anzahl der Betriebsstunden, die von 90% der Batterien sicher nicht unterschritten wird.

8) Die Zufallsvariable X ist normalverteilt mit dem Erwartungswert 10 und der Standardabweichung 3.

− Berechne die Wahrscheinlichkeit, dass die Zufallsvariable einen Wert größer als 11 hat.

$P(X>11)$ = …………

9) Die Zufallsvariable X ist normalverteilt mit Erwartungswert 220 und Standardabweichung 10

Kreuze die zutreffenden Aussagen an:

$P(X>220) = \frac{1}{2}$	O
$P(X=230) \approx 5/6$	O
$P(X<0) < 0$	O
$P(210<X<230) \approx 0{,}68$	O
$P(X<200) < P(X>235)$	O

10) Bei einer Umfrage in einem Bezirk werden 500 Personen befragt, ob sie Linkshänder sind. Als Ergebnis der Befragung wird das 95-%-Konfidenzintervall [0,09; 0,15] für den Anteil der Linkshänder in der Bezirkszeitung bekanntgegeben.

− Welche der nachstehenden Aussagen können Sie aufgrund dieses Ergebnisses tätigen? Kreuze die zutreffende(n) Aussage(n) an!

Ungefähr 60 Personen haben angegeben, Linkshänder zu sein.	O
Hätte man 10 000 Personen befragt, wäre das 95-%-Konfidenzintervall schmäler geworden.	O
Das Konfidenzintervall wäre breiter, wenn der Anteil der Linkshänder in der Umfrage kleiner gewesen wäre.	O
Der Anteil der Linkshänder im gesamten Bezirk liegt hier zwischen 9 % und 15 %.	O
Das entsprechende 99-%-Konfidenzintervall ist breiter als das 95-%-Konfidenzintervall.	O

11) In einer Schachtel befinden sich 3 rote Kugeln, 20 grüne Kugeln und 47 blaue Kugeln.
Die Kugeln sind – abgesehen von ihrer Farbe – nicht unterscheidbar. Es werden nacheinander 3 Kugeln nach dem Zufallsprinzip entnommen, wobei diese nach jedem Zug wieder zurückgelegt werden.

Aufgabenstellung:
Der Grundraum dieses Zufallsexperiments ist die Menge aller möglichen Farbtripel (x; y; z).
x , y und z nehmen dabei die Buchstaben r , g oder b an – entsprechend der Farbe der Kugeln.
Für das Ereignis E gilt: Es werden keine blauen Kugeln gezogen. Geben Sie alle Elemente des Ereignisses E an!

E = {____}

12) Berechne die Ableitung der Funktion f(x) = sin(x) · cos(x)
f'(x) = ……………………………………………….
und gib die Ableitungsregel dazu an: …

13) Berechne die Ableitung der Funktion f(x) = $\frac{e^x}{x+2}$ und vereinfache sie
f'(x) = …

14) Ordne die Ableitungen den Funktionen zu:

f(x) = sin(2x) + 2 cos(x)	
f(x) = 2·sin(2x) + cos(−x)	
f(x) = sin(−x) – 2 cos(x)	
f(x)= cos(−2x) + sin(2x)	

A	f'(x) = −2 sin(x) + 2cos(2x)
B	f'(x) = 2 sin(−2x) + 2cos(2x)
C	f'(x) = 2sin(x) − cos(−x)
D	f'(x) = −2 sin(x) + 2cos(−2x)
E	f'(x) = sin(−x) + 4cos(2x)
F	f'(x) = −2sin(−2x) + 2cos(2x)

15) Bilde (ohne Geogebra) die 1.Ableitung der Funktion f(x) = $\sqrt{x^2 - 3x}$
Welche Ableitungs– und Umwandlungsregeln werden dabei verwendet?

16) Eine Wegfunktion einer waagrechten Bewegung eines Autos ist gegeben durch s(t) = 10t − t^2 mit t in Sekunden und s in Meter
a) Gesucht: Mittlere Geschwindigkeit im Intervall [2;5]

b) Gesucht: Momentangeschwindigkeit für t=3 s

17) Ein Körper wird mit der Anfangsgeschwindigkeit v = 20 m/s zum Zeitpunkt t=0 s senkrecht nach oben in der Höhe 2 m abgeschossen. Der Funktionsterm für diese Bewegung wird gesucht. Der Abwärtsterm ist −5t^2 (für die Beschleunigung).
a) Wie lautet die gesamte Wegfunktion h(t)?
b) Ordnen Sie die Terme A bis E den Fragen 1–3 zu:

1. Wie berechnet man die Endgeschwindigkeit nach 3 Sekunden?
2. Wie berechnet man die Durchschnittsgeschwindigkeit in den ersten 3 Sekunden?
3. Wie berechnet man die Entfernung vom Erdboden nach 3 Sekunden?

A) h(3)	B) $\frac{h'(3)-h'(0)}{3-0}$	C) h'(3)	D) $\frac{h(3)-h(0)}{3}$	E) h(3) – h(0)

18) Eine Polynomfunktion 3.Grades hat an der Stelle x=3 einen Hochpunkt. Sie geht durch den Punkt P(5|2). Es gibt einen Wendepunkt bei W(6|0).
Ringle ein, was gilt:

f''(3) = 0	f'(5) = 2	f(6) = 0	f'(6) = 0	F''(6) = 0	f'(3) = 0

19) Die Flugbahn eines Körpers ist durch $f(x) = -x^2+5x$ gegeben (x,f, in Meter)

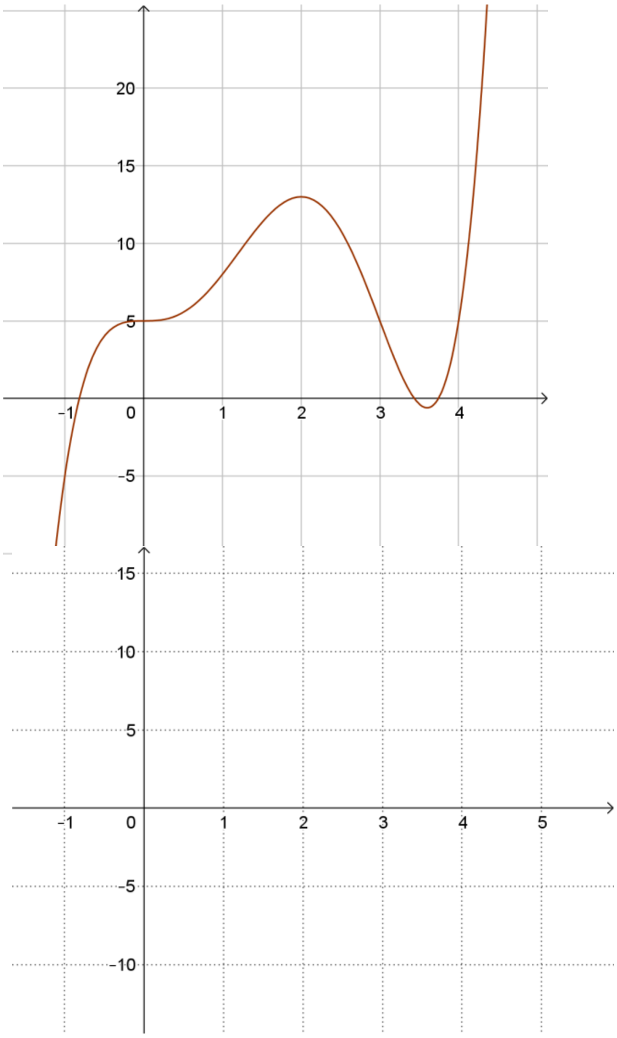
- Berechne den Winkel zwischen der Tangente in x=3 und der x–Achse.
- Ist die Bewegung an dieser Stelle ansteigend oder abfallend?

20) Die Zufallsvariable X ist normalverteilt mit Erwartungswert 70 und Standardabweichung 15.
Kreuze die beiden richtigen Aussagen an:

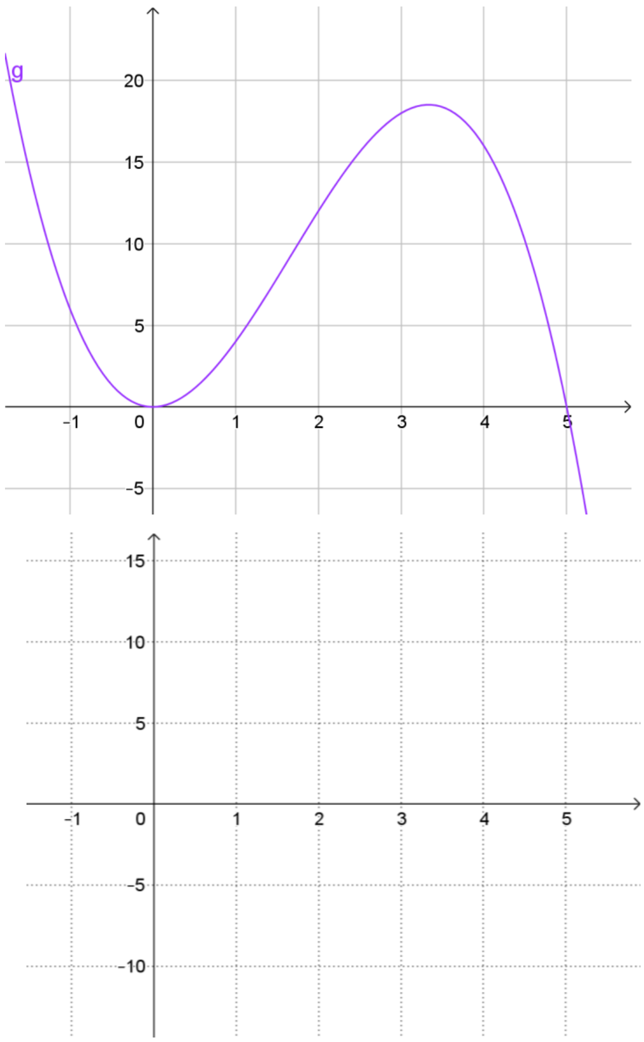
O $P(70 \leq X \leq 85) = P(55 \leq X \leq 70)$
O $P(0 \leq X \leq 140) = 0,5$
O $P(X > 0) < 0$
O $P(X = 70) > 0$
O $P(40 \leq X \leq 100) > 0.95$

21) Bestimme grafisch die Ableitungsfunktion

a)



b)



22) Gib zu jeder Funktion die Anzahl der Nullstellen an, die sie hat:

$f(x) = x^2+1$	
$f(x)= x^3+5x$	
$f(x) = x^2 - 4x$	

23) Es wird die momentane Temperatur einer biologischen Nährsubstanz mit der Funktion T(t) gemessen [T in °C und t in Stunden].
Interpretiere den Term $\frac{T(5)-T(3)}{2}$ im gegebenen Kontext

24) Zeichen 2 Polynomfunktionen 4.Grades, die sich im Krümmungsverhalten unterscheiden (eine mit Sattelpunkt, eine ohne)

25) Kreuze die beiden richtigen Aussagen an:
Eine Polynomfunktion 4.Grades

hat höchstens 5 Nullstellen	O
hat mindestens 1 Nullstelle	O
hat höchstens 3 Extremstellen	O
hat mindestens einen Wendepunkt (der auch Sattelpunkt sein kann)	O
hat höchstens 2 Wendepunkte	O

26) Vervollständige:
Die Ableitungsfunktion von ………(1)………. ist eine …….(2)……….

(1)
$f(x) = 4x^2+5x$
$g(x) = 2x^2+5$
$h(x) = x^5- x^2$

(2)
a) kubische Funktion
b) quadratische Funktion
c) direkt proportionale Funktion

27) Die Zufallsvariable X gibt die Anzahl der Personen an, die eine Lebensmittelunverträglichkeit (LMU) haben.
Es werden 500 Personen befragt. Erwartungswert $E(X) = 150$ und Standardabweichung $\sigma = 25$
Kreuzen Sie die beiden richtigen Aussagen an:

Es ist extrem unwahrscheinlich (<1%), dass mehr als 200 Personen LMU haben	O
Mit einer Wahrscheinlichkeit von ca. 68% haben zwischen 125 und 175 Personen LMU	O
Bei genau 150 Personen werden LMU auftreten	O
Mindestens 100 Personen werden LMU haben	O
Es kann ausgeschlossen werden (<1‰), dass keine Person LMU hat	O

28) Eine Gerade berührt einen Kreis. Um die Koordinaten des Schnittpunktes zu berechnen muss eine quadratische Gleichung gelöst werden. Ergänze den Satz sinnvoll:
Die Diskriminante ist ....(A)........ weil die gerade eine ....(B)......... ist.

(A)		(B)	
	negativ Null positiv		Sekante Passante Tangente

29) Ein Kreis hat den Mittelpunkt M(2|3) und einen Punkt P(4|6). Ermittle die Kreisgleichung in Klammerform und in ausmultiplizierter Form
k:...............................

k:...............................

30) Ein Kreis ist gegeben durch die Kreisgleichung: $x^2 + y^2 - 2x + 8y - 8 = 0$
Gib die Koordinaten des Mittelpunktes und den Radius an!

31) Welche Gleichungen sind Kreisgleichungen? Bitte ankreuzen

$x^2 - y^2 + 6x - 8y + 9 = 0$	O
$x^2 = 1 - y^2$	O
$3x^2 + 3y^2 = 3$	O
$x^2 + y^2 + 6x - 8y + 9 = 0$	O
$3x^2 = 3y^2 + 3$	O

32) Gib zwei Parameterdarstellungen und einen Normalvektorform der Geraden g: $y = 2x - 4$ an

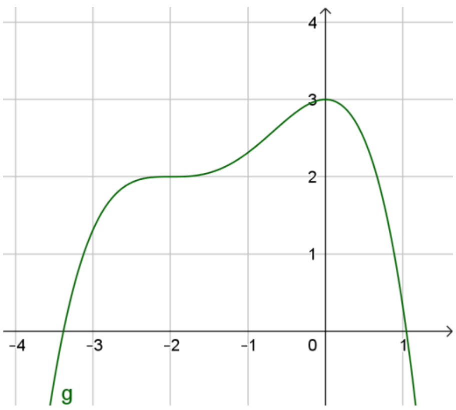
33) Gib alle Kreisgleichungen durch die Punkte A(2|3) und B(6|3) an, die den Radius r= 2 haben.

34) Eine Gerade ist gegeben durch g: $y=2x-3$
Kreuze die beiden richtigen Aussagen an:

$\begin{pmatrix} -3 \\ 2 \end{pmatrix}$ ist ein Richtungsvektor von g	O
$\begin{pmatrix} -2 \\ 1 \end{pmatrix}$ ist ein Normalvektor von g	O
g ist homogen	O
Der Punkt P(2|3) liegt auf g	O
Eine Parameterform von g ist $X = \begin{pmatrix} 0 \\ -3 \end{pmatrix} + t \cdot \begin{pmatrix} -1 \\ -2 \end{pmatrix}$	O

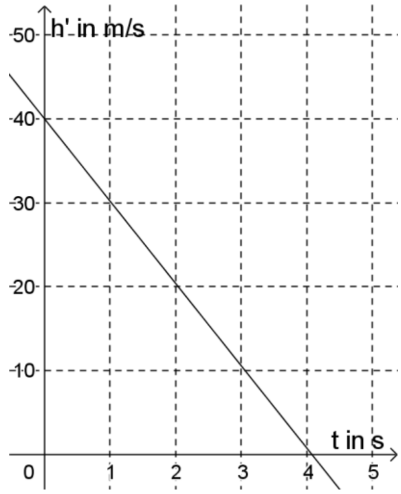
35) Eine reelle Funktion ist durch den Graphen nebenan gegeben.
Kreuze die beiden zutreffenden Aussagen an:

$f'(-3) < f'(1)$	O
$f''(-2) = 0$	O
$f'(0) = 0$	O
$f(0) = f'(0)$	O
$f''(-3) > 0$	O

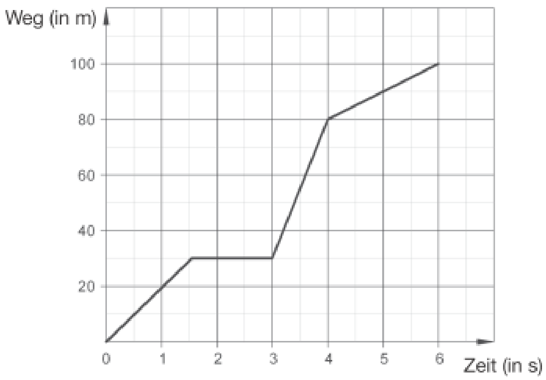


36) Die Geschwindigkeit eines nach oben geworfenen Steins ist gegeben durch h'(t) in m/s, (t in s).
Kreuze die zutreffenden Aussagen an:

Der Stein kommt nach 4,1 Sekunden am Boden auf	O
Der Stein kommt nach 4,1 Sekunden in die höchste Höhe	O
Die Geschwindigkeit des Steins ist im Intervall [0; 4,1] immer positiv	O
Der Stein startet in 40 m Höhe	O
Die Beschleunigung ist negativ	O



37) Das folgende Zeit-Weg-Diagramm stellt eine Bewegung dar. Der Weg wird in Metern (m), die Zeit in Sekunden (s) gemessen. Zur Beschreibung dieser Bewegung sind zudem verschiedene Geschwindigkeiten (v_x) gegeben.



Aufgabenstellung:

Ordnen Sie jeweils jedem Zeitintervall jene Geschwindigkeit zu, die der Bewegung in diesem Intervall entspricht!

Zeitintervall	
[0; 1,5]	
[1,5; 3]	
[3; 4]	
[4; 6]	

Geschwindigkeit	
A	$v_A = 0$ m/s
B	$v_B = 5$ m/s
C	$v_C = 10$ m/s
D	$v_D = 20$ m/s
E	$v_E = 25$ m/s
F	$v_F = 50$ m/s

38) Eine Firma hat folgende Gesamtkosten K(x) in Geldeinheiten (GE) für die Herstellung von x Mengeneinheiten (ME)

X in ME	**0**	**5**	**15**	**20**
K(x) in GE	**200**	**245**	**260**	**275**

Das Unternehmen erhöht die Produktionsmenge von 5 auf 20 ME.
Aufgabe:

Kreuze die zutreffende(n) Aussage(n) an:

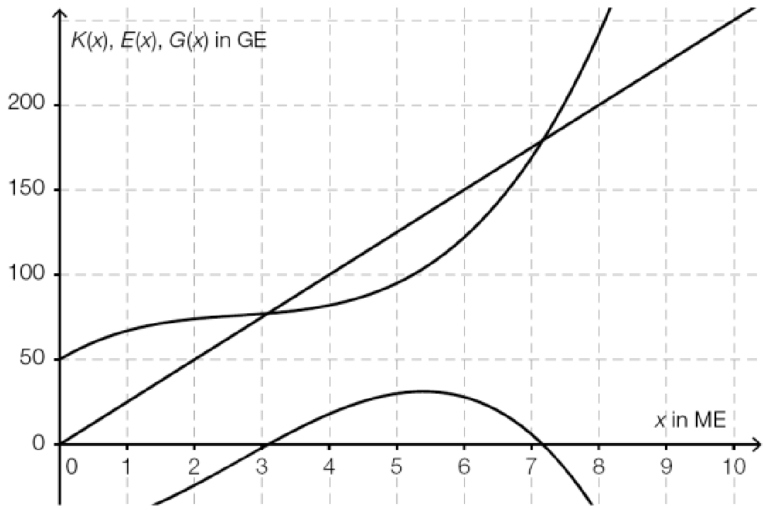
Die mittlere Kostensteigerung pro ME beträgt 3 GE/ME	O
Die absolute Kostensteigerung beträgt 30 GE	O
Die prozentuelle Kostensteigerung beträgt 600 %	O
Die durchschnittliche Kostensteigerung pro ME kann durch $\frac{K(20)-K(5)}{5}$ berechnet werden	O
Die Änderungsrate der Kosten beträgt 2 GE/ME	O

39) Die lineare Nachfragefunktion p(x) ist durch folgende Tabelle gegeben:

x	0	40	60	?
p(x)	?	250	300	400

Ergänze die fehlenden Werte!

40) Die Graphen der Kostenfunktion K, der Erlösfunktion E und Gewinnfunktion G für einen weiteren Artikel sind in untenstehendem Diagramm dargestellt.



Kreuze die beiden zutreffenden Aussagen an:

K‘‘(2) < K‘‘(8)	O
Die Kostenfunktion ist linear	O
Für x≤ 3 wachsen die Kosten progressiv	O
An der Gewinnschwelle gilt: E(x) = K(x)	O
Für die Erlösfunkton gilt: E(x) = k·x+d mir positiven k und d	O

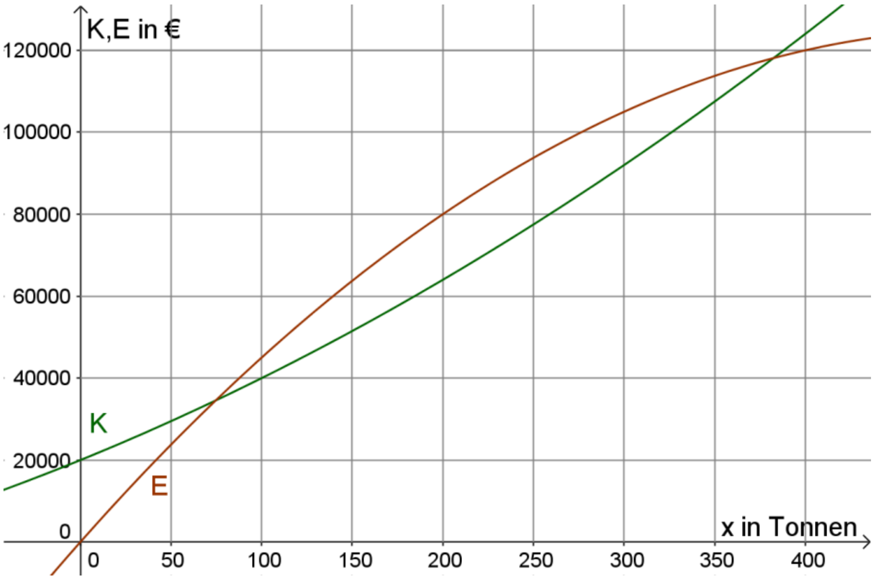
41) Eine Zementfirma hat Fixkosten von 17500 € und pro Tonne Zement variable Kosten von 240 €.

i)– Erstellen Sie ein lineares Kostenmodell mit diesen Daten.

ii)– Bestimmen Sie die Gesamtkosten bei Produktion von 150 Tonnen Zement.

iii)– Bestimmen Sie die Kosten pro Tonne bei einer Produktion von 200 Tonnen Zement.

42) Eine weitere Firma hat folgende Kostensituation:



Lesen Sie die Gewinngrenzen und den maximalen Gewinn aus der Grafik ab

43) In einer Klasse sind 22 Schüler und Schülerinnen. Es werden 2 Klassensprecher davon ausgewählt. Was bedeutet der Ausdruck $\binom{22}{2}$ in diesem Zusammenhang? Und wie groß ist er?

44) Begründen Sie, mit welcher der folgenden Formeln die Wahrscheinlichkeit berechnet wird, bei 4-maligem Würfeln mit einem Würfeln mindestens einmal eine Sechs zu werfen:

- $P(A) = 4 \cdot \frac{1}{6}$
- $P(A) = \left(\frac{1}{6}\right)^4$
- $P(A) = 1 - \left(\frac{5}{6}\right)^4$
- $P(A) = 4 \cdot \frac{1}{6} \cdot \left(\frac{5}{6}\right)^3$

45) In jedem fünften Brieflos befindet sich ein Anmeldekupon zur „Brieflos-Show“. Geben Sie an, was mit der folgenden Ungleichung in diesem Zusammenhang berechnet wird:

$$1 - \left(\frac{4}{5}\right)^n \geq 0{,}97$$

46) 30 % aller Österreicher/innen im Alter von 25 bis 64 Jahren haben Matura. Erklären Sie, welche Wahrscheinlichkeiten in diesem Zusammenhang mit folgenden Formeln berechnet werden:

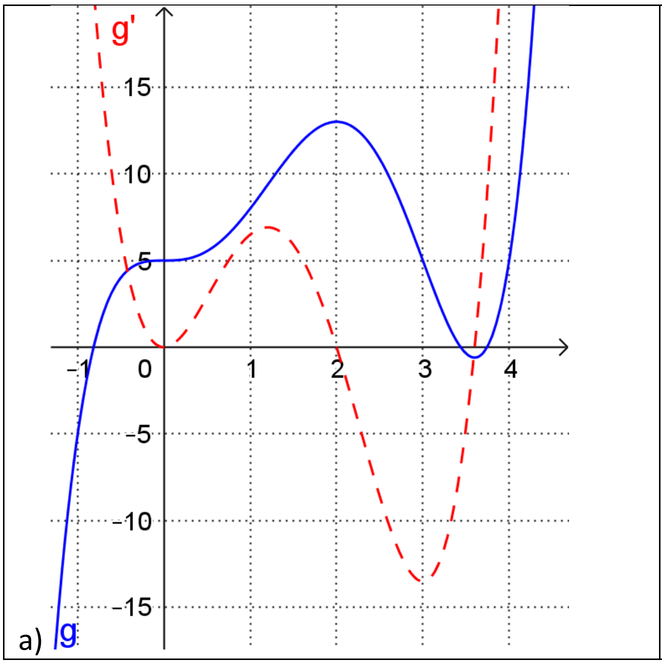
a) $P(E) = 0{,}3^{10}$

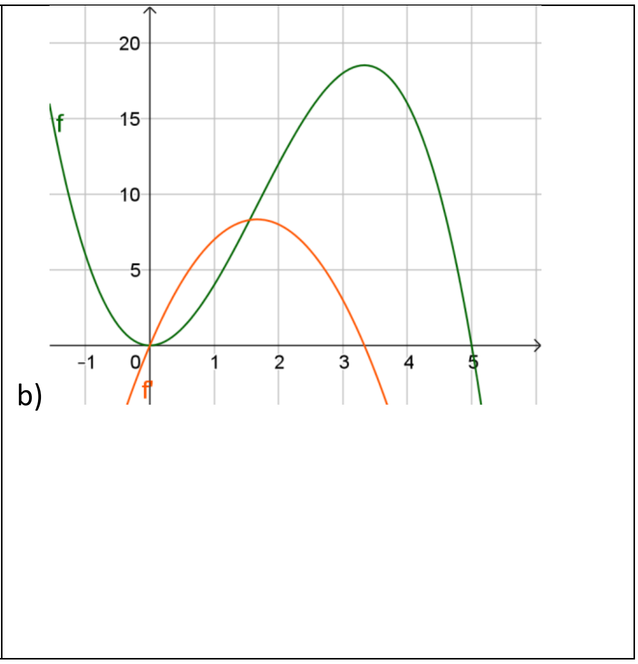
b) $P(E) = 1 - 0{,}7^{10}$

c) $P(E) = \binom{10}{3} \cdot 0{,}3^3 \cdot 0{,}7^7$

Lösungen:

1) a) 600m b) 13,75 m/s c) 11,25 m/s = 40,5 km/h d) Im gesuchten Punkt einen Tangente einzeichnen und dann zwei Punkte mit Koordinaten ablesen und den Differenzenquotienten bilden e) bei t=30 s
2) r, f, r, r, f
3) Die 1.Ableitung hat Nullstellen bei −0,9 du 1,5. Dazwischen ist sie negativ
4) r, f, f, f, r
5) r, r, f, r, f
6) Winkel = arctan(−2) = −63,43°
7) a) 3.Term b) Erwartungswert aller defekten Batterien c) 5120 Stunden
8) 36,94%
9) r, f, f, r, r
10) r, r, f, r, r
11) {rrr, rrg, rgr, grr, rgg, grg, ggr, ggg}
12) f'(x) = cos(x)·cos(x) – sin(x)·sin(x) mit Produktregel (f'g+fg')
13) f'(x) = $\frac{e^x\cdot(x+2)-e^x\cdot 1}{(x+2)^2} = \frac{e^x\cdot x+e^x}{(x+2)^2} = e^x \cdot \frac{x+1}{(x+2)^2}$
14) A,E,C,B
15) $f(x) = (x^2-3x)^{1/2}$ ➔ $f'(x)= 1/2 \cdot (x^2-3x)^{-1/2} \cdot (2x-3) = \frac{2x-3}{2\cdot\sqrt{x^2-3x}}$ mit Potenzregeln
16) a) 3 m/s b) 4 m/s
17) a) $h(t) = 2+20t-5t^2$ b) C D A
18) 3., 5., 6. Term ist richtig (es fehlt: f(5)=2)
19) f'(x) = −2x+5 f'(3) = −1 Winkel = arctand(−1) = −45° abfallend
20) r, f, f, f, r





21)
22) 0, 1, 2
23) durchschnittliche Temperaturänderung(srate) pro Stunde im Intervall [3;5] Stunden
24) siehe 21)a) und eine Mac−Donalds−M−Funktion
25) f, f, r, f, r
26) g(x) und c)
27) f, r, f, f, r
28) Null, Tangente

29) $(x-2)^2 + (y-3)^2 = 13$ ➔ $x^2 + y^2 - 4x - 6y = 0$
30) Mittelpunkt = (1|−4) Radius = 5
31) f, r, r, r, f
32) $X=\begin{pmatrix}2\\0\end{pmatrix}+t\cdot\begin{pmatrix}1\\2\end{pmatrix}$ $X=\begin{pmatrix}2\\0\end{pmatrix}+t\cdot\begin{pmatrix}2\\4\end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix}2\\-1\end{pmatrix}\cdot X=4$
33) $(x-4)^2+(y-3)^2=4$
34) f, r, f, f, r
35) f, r, r, f, f
36) f, r, r, f, r
37) D, A, F, C
38) f, r, f, f, r
39) 150 und 100
40) r, f, f, r, f
41) i) $K(x) = 240\cdot x + 17500$ ii) 53500€ iii) 327,50€
42) Gewinngrenzen: ca. 77 ME und 380 ME max. Gewinn: ca. 15 000 €
43) Das ist die Anzahl der Möglichkeiten 2 Leute von 22 Leuten auszuwählen und das ist: 231
44) $P(A) = 1 - \left(\frac{5}{6}\right)^4$ (Gegenereignis zu „Es wird keine Sechs geworfen“)
45) . n ist die Anzahl der Brieflose, die man kaufen müsste, um mit mindestens 97 % Wahrscheinlichkeit mindestens einen Anmeldekupon zu finden.
46) . Von 10 zufällig ausgewählten Österreicher/innen haben (hat)
a) alle 10 Matura
b) mindestens eine(r) Matura
c) genau 3 Matura