

Potenzen mit Brüchen und Wurzeln

$a^{-n} = \frac{1}{a^n} \quad (\text{für } a \neq 0)$ <p style="text-align: center;">Sonderfall: $a^0 = 1$ (für $a \neq 0$)</p>	$\sqrt[n]{a} = a^{\frac{1}{n}} \quad a > 0, n \in \mathbb{N}$ $\sqrt[n]{a^p} = a^{\frac{p}{n}} \quad a > 0; p \in \mathbb{Z}, n \in \mathbb{N}$
---	---

1) Berechnen Sie:

a) 2^{-3} b) 3^{-2} c) 4^{-1} d) 5^{-2} e) 10^{-3} f) 8^{-1}

2) Schreiben Sie die Ausdrücke mit positiven Hochzahlen an:

a) x^{-3} b) a^{-4} c) $2x^{-2}$ d) $5x^{-1}$ e) $6x^{-3} \cdot y$ f) $7y^5 \cdot x^{-2}$

3) Vereinfachen Sie und stellen Sie das Ergebnis mit positiven Hochzahlen dar:

a) $2^4 \cdot 2^{-2}$ b) $3^{-2} \cdot 3^3$ c) $10^{-2} \cdot 10^{-3} \cdot 10^4$ d) $7^4 \cdot 49 \cdot 7^{-7}$ e) $x^2 \cdot x^{-3}$ f) $x^{-1} \cdot x^{-5}$

4) Vereinfachen Sie die Potenzen mit den Potenzregeln und wandeln Sie das Ergebnis in Brüche mit Potenzen mit positiven Exponenten um:

a) $b^{-4} \cdot a^4$ b) $a^{-2} \cdot b^3 \cdot a^{-4} \cdot b^{-6}$ c) $x^{-3} \cdot y^{-4} \cdot x^4 \cdot y^3$ d) $\frac{x^2}{x^3}$ e) $\frac{a^4}{a^6}$

f) $\frac{x^{-3}}{x^4}$ g) $(x^{-3})^2$ h) $(a^3)^{-4}$ i) $4(x^2)^{-2}$ j) $x^2 \cdot (x^{-3})^2$

k) $5x^{-3} : x^3$ l) $5(x^{-2})^3 : x^{-7}$ m) $\frac{1}{x^{-2}} \cdot (x^3)^{-1}$ n) $\frac{1}{a^2} \cdot a^4 \cdot a^{-3} \cdot \frac{1}{a^4}$

o) $\frac{a^2 \cdot a^3}{a^4} : \left(\frac{a^3}{a^4}\right)^{-2}$ p) $x^m \cdot \frac{1}{x^{2m}} \cdot x^{m-2}$ q) $\frac{4^{-2} \cdot 4^3 \cdot 4^0}{4^5 \cdot 4^{-7}}$

5) Wandeln Sie die Brüche in Potenzen mit negativen Hochzahlen um (nach dem Kürzen):

a) $\frac{1}{x}$ b) $\frac{5}{x^2}$ c) $\frac{6}{x^3}$ d) $\frac{2x}{x^3}$ e) $\frac{5x^2}{10x^3}$ f) $\frac{6x}{x^2}$

6) Verwandeln Sie die Wurzeln in Potenzen mit Bruch-Exponenten um:

a) \sqrt{x} b) $\sqrt[3]{x}$ c) $\sqrt{x^3}$ d) $\sqrt[3]{y^2}$ e) $\sqrt[4]{z^5}$ f) $\sqrt{a^5}$

g) $\frac{1}{\sqrt{x}}$ h) $\frac{1}{\sqrt{x^3}}$ i) $\frac{1}{\sqrt[3]{y}}$ j) $\frac{1}{\sqrt[4]{z^3}}$ k) $\frac{5}{\sqrt{x}}$ l) $\frac{2x}{\sqrt{x}}$

7) Verwandeln Sie die Potenzen in Wurzeln und Brüche mit Wurzeln:

a) $x^{\frac{1}{2}}$ b) $x^{\frac{1}{3}}$ c) $x^{\frac{2}{3}}$ d) $x^{\frac{5}{2}}$ e) $x^{\frac{1}{5}}$ f) $a^{\frac{1}{4}}$

g) $x^{-\frac{1}{2}}$ h) $x^{-\frac{1}{3}}$ i) $x^{-\frac{2}{3}}$ j) $y^{-\frac{1}{5}}$ k) $a^{-\frac{2}{5}}$ l) $s^{-\frac{3}{2}}$

8) Geben Sie bei den folgenden Beispielen an, ob sie richtig gelöst wurden bzw. – wenn nicht – wo der Fehler liegt:

- a) $(-2)^4 = -2^4$ stimmt stimmt nicht, es gehört _____
- b) $-2^4 = -16$ stimmt stimmt nicht, es gehört _____
- c) $(-2)^3 = -8$ stimmt stimmt nicht, es gehört _____
- d) $(3a + b)^2 = 9a^2 + b^2$ stimmt stimmt nicht, es gehört _____
- e) $(3 \cdot a \cdot b^2)^3 = 27 \cdot a^3 \cdot b^6$ stimmt stimmt nicht, es gehört _____
- f) $\sqrt[3]{3} = 1$ stimmt stimmt nicht, es gehört _____
- g) $\sqrt{3^2} = 3$ stimmt stimmt nicht, es gehört _____
- h) $3x^2y^2 = (3xy)^2$ stimmt stimmt nicht, es gehört _____
- i) $3 \cdot x^{-3} = \frac{1}{3x^3}$ stimmt stimmt nicht, es gehört _____
- j) $5^{\frac{3}{2}} = \sqrt[3]{5^2}$ stimmt stimmt nicht, es gehört _____
- k) $\sqrt[3]{x^6} = x^2$ stimmt stimmt nicht, es gehört _____
- l) $\frac{a^2 - 1}{a^2 + 1} = -1$ stimmt stimmt nicht, es gehört _____
- m) $\sqrt{200} = 10 \cdot \sqrt{2}$ stimmt stimmt nicht, es gehört _____
- n) $(9x^2 - 6x + 1) = (3x - 1)^2$ stimmt stimmt nicht, es gehört _____
- o) $16x^4y^2 - 4x^2y^2$
 $= 4x^2y^2 \cdot (2x + 1) \cdot (2x - 1)$ stimmt stimmt nicht, es gehört _____
- p) $\left(\frac{2}{3}\right)^{-2} = \frac{3^2}{2}$ stimmt stimmt nicht, es gehört _____
- q) $\frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$ stimmt stimmt nicht, es gehört _____

Lösungen:

1a) $1/8 = 0,125$ b) $1/9$ c) $1/4 = 0,25$ d) $1/25 = 0,04$ e) $0,001$ f) $1/8 = 0,125$

2a) $\frac{1}{x^3}$ b) $\frac{1}{a^4}$ c) $\frac{2}{x^2}$ d) $\frac{5}{x}$ e) $\frac{6y}{x^3}$ f) $\frac{7y^5}{x^2}$

3a) $2^2 = 4$ b) 3 c) $0,1$ d) $7^{-1} = \frac{1}{7}$ e) $x^{-1} = \frac{1}{x}$ f) $x^{-6} = \frac{1}{x^6}$

4a) $\frac{a^4}{b^4} = \left(\frac{a}{b}\right)^4$ b) $\frac{1}{a^6 b^3}$ c) $\frac{x}{y}$ d) $\frac{1}{x}$ e) $\frac{1}{a^2}$ f) $\frac{1}{x^7}$

g) $x^{-6} = \frac{1}{x^6}$ h) $a^{-12} = \frac{1}{a^{12}}$ i) $\frac{4}{x^4}$ j) $\frac{1}{x^4}$ k) $\frac{5}{x^6}$ l) $5x$

m) $\frac{1}{x}$ n) $\frac{1}{a^5}$ o) $\frac{1}{a}$ p) $\frac{1}{x^2}$ q) $4^3 = 64$

5) a) x^{-1} b) $5x^{-2}$ c) $6x^{-3}$ d) $2x^{-2}$ e) $\frac{1}{2}x^{-1}$ f) $6x^{-1}$

6) a) $x^{\frac{1}{2}}$ b) $x^{\frac{1}{3}}$ c) $x^{\frac{3}{2}}$ d) $y^{\frac{2}{3}}$ e) $z^{\frac{5}{4}}$ f) $a^{\frac{5}{2}}$

g) $x^{\frac{-1}{2}}$ h) $x^{\frac{-3}{2}}$ i) $y^{\frac{-1}{3}}$ j) $z^{\frac{-3}{4}}$ k) $5x^{\frac{-1}{2}}$ l) $2x^{\frac{1}{2}}$

7) a) \sqrt{x} b) $\sqrt[3]{x}$ c) $\sqrt[3]{x^2}$ d) $\sqrt{x^5}$ e) $\sqrt[5]{x}$ f) $\sqrt[4]{a}$

g) $\frac{1}{\sqrt{x}}$ h) $\frac{1}{\sqrt[3]{x}}$ i) $\frac{1}{\sqrt[3]{x^2}}$ j) $\frac{1}{\sqrt[5]{y}}$ k) $\frac{1}{\sqrt[5]{a^2}}$ l) $\frac{1}{\sqrt{s^3}}$

8) a) $+2^4$ d) $9a^2 + 6ab + b^2$ (binomische Formel) f) $\approx 1,4422$ h) $3(xy)^2$ i) $\frac{3}{x^3}$

j) $\sqrt{5^3}$ l) falsch p) $\frac{3^2}{2^2} = \frac{9}{4}$ b),c),e),g),k),m),n),o),q) stimmen