

# Vektorrechnung

- 1) Gegeben sind der Anfangspunkt A und der Endpunkt E eines Pfeils. Ermittle seine Koordinatendarstellung rechnerisch und grafisch.
- a) A(3|2), E(6|5)      b) A(6|2), E(3|5)  
 c) A(0|0), E(4|3)      d) A(-1|-3), E(3|2)
- 2) Gegeben sind der Anfangspunkt A und die Koordinatendarstellung des Pfeils  $\overrightarrow{AE}$ . Ermittle die Koordinaten seines Endpunktes E rechnerisch und grafisch.
- a) A(1|2),  $\overrightarrow{AE} = \begin{pmatrix} 3 \\ 4 \end{pmatrix}$       b) A(1|2),  $\overrightarrow{AE} = \begin{pmatrix} -3 \\ -4 \end{pmatrix}$   
 c) A(-1|2),  $\overrightarrow{AE} = \begin{pmatrix} -1 \\ 2 \end{pmatrix}$       d) A(5|-4),  $\overrightarrow{AE} = \begin{pmatrix} -4 \\ 5 \end{pmatrix}$
- 3) Die angegebenen 3 Pfeile  $\overrightarrow{AB}$ ,  $\overrightarrow{CD}$ ,  $\overrightarrow{EF}$  sollen Repräsentanten des gleichen Vektors sein. Ein Pfeil ist falsch. Ermittle rechnerisch und grafisch, um welchen Pfeil es sich handelt.
- a) A(1|-3), B(5|-1), C(2|2), D(-2|0), E(-1|0), F(3|2)  
 b) A(2|1), B(4|-2), C(1|2), D(7|-1), E(-5|3), F(1|0)  
 c) A(3|-2), B(-3|3), C(7|1), D(1|6), E(-2|-3), F(8|2)  
 d) A(-4|1), B(-2|2), C(-2|-2), D(0|-1), E(0|3), F(-3|4)
- 4) Die angegebenen Vektoren sind rechnerisch zu addieren und zu subtrahieren.
- a)  $\vec{a} = \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \end{pmatrix}$ ,  $\vec{b} = \begin{pmatrix} -3 \\ 2 \end{pmatrix}$       b)  $\vec{a} = \begin{pmatrix} -2 \\ 3 \end{pmatrix}$ ,  $\vec{b} = \begin{pmatrix} -3 \\ -2 \end{pmatrix}$   
 c)  $\vec{a} = \begin{pmatrix} -3 \\ -4 \end{pmatrix}$ ,  $\vec{b} = \begin{pmatrix} -1 \\ -1 \end{pmatrix}$       d)  $\vec{a} = \begin{pmatrix} -3 \\ -4 \end{pmatrix}$ ,  $\vec{b} = \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \end{pmatrix}$
- 5) Prüfe rechnerisch, ob die Pfeile  $\overrightarrow{AB}$  und  $\overrightarrow{CD}$  zueinander parallel sind.
- a) A(4|2), B(-2|1), C(0|5), D(2|-2)  
 b) A(1|-2), B(-3|4), C(3|2), D(-1|8)  
 c) A(3|4), B(1|2), C(2|3), D(3|5)  
 d) A(1|2), B(2|1), C(5|7), D(7|5)
- 6) Ermittle rechnerisch zum gegebenen Vektor (1) den gleich orientierten, (2) den entgegengesetzt orientierten Einheitsvektor!
- a)  $\vec{a} = \begin{pmatrix} 6,3 \\ 1,6 \end{pmatrix}$       b)  $\vec{a} = \begin{pmatrix} 9,9 \\ 2 \end{pmatrix}$       c)  $\vec{a} = \begin{pmatrix} 11,7 \\ -4,4 \end{pmatrix}$       d)  $\vec{a} = \begin{pmatrix} -7 \\ 2,4 \end{pmatrix}$

7) Gib zum Vektor  $\vec{a}$  den (1) nach links, (2) den nach rechts gekippten Orthogonalvektor an.

a)  $\vec{a} = \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \end{pmatrix}$

b)  $\vec{a} = \begin{pmatrix} 1 \\ -4 \end{pmatrix}$

c)  $\vec{a} = \begin{pmatrix} 0 \\ 2 \end{pmatrix}$

d)  $\vec{a} = \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \end{pmatrix}$

8) Gib zum Vektor  $\vec{a}$  den parallelen, gleichgerichteten und verlängerten Vektor an

a)  $\vec{a} = \begin{pmatrix} 3 \\ -4 \end{pmatrix}$  verdoppeln

b)  $\vec{a} = \begin{pmatrix} 12 \\ 5 \end{pmatrix}$  auf Länge 39 bringen

c)  $\vec{a} = \begin{pmatrix} -8 \\ 6 \end{pmatrix}$  auf Länge 15 bringen

d)  $\vec{a} = \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \end{pmatrix}$  auf Länge 18 bringen

9) Von einem Parallelogramm kennt man 3 Eckpunkte. Berechne die Koordinaten des 4. Eckpunktes:

a) A(1|2), B(6|2), C(5|4) D=?

b) A(-1|2), B(6|0), C(3|4) D=?

c) A(0|2), B(5|1), D(-1|5) C=?

d) A(1|1), C(6|6), D(-1|4) B=?

10) Von einem Quadrat kennt man die Endpunkte einer Seite. Ermittle rechnerisch die Koordinaten der fehlenden Eckpunkte.

a) A(-1|-1), B(3|-2)

b) A(3|0), B(0|2)

c) A(-4|2), B(0|-1)

d) A(0|0), B(3|-2)

11) Von einem Rechteck kennt man die Endpunkte einer Seite und die Länge der 2. Seite. Ermittle rechnerisch die Koordinaten der fehlenden Eckpunkte.

a) A(1|2), B(4|1), BC soll doppelt so lang wie AB sein

b) B(4|-2), C(2|6), AB soll halb so lang wie BC sein

c) A(-1|-2), B(2|2), BC soll 10 Einheiten lang sein

d) A(-1|9), B(5|1), BC soll 5 Einheiten lang sein

12) Von einem Quadrat kennt man einen Eckpunkt und den Mittelpunkt. Ermittle rechnerisch die Koordinaten der fehlenden Eckpunkte.

a) A(-2|0), M(2|2)      b) B(2|-1), M(2|3)

c) C(-3|-3), M(0|0)      d) D(-3|0), M(0|0)

13) Von einem Quadrat kennt man die Koordinaten zweier diagonal gegenüberliegenden Eckpunkte. Ermittle rechnerisch die Koordinaten der fehlenden Eckpunkte des Quadrats.

a) A(-3|-7), C(5|3)      b) B(4|-6), D(-2|2)

c) A(5|-2), C(-3|4)      d) B(-1|-1), D(1|1)

14) Um welches spezielle Viereck handelt es sich? Verwende das Parallelitäts- und Orthogonalitätskriterium sowie die Formel für die Länge von Vektoren.

- a)  $A(-2|-1)$ ,  $B(-1|2)$ ,  $C(5|0)$ ,  $D(4|-3)$
- b)  $A(0|-2)$ ,  $B(4|-3)$ ,  $C(5|1)$ ,  $D(1|2)$
- c)  $A(-3|0)$ ,  $B(1|-1)$ ,  $C(4|3)$ ,  $D(0|4)$
- d)  $A(3|3)$ ,  $B(1|4)$ ,  $C(-3|0)$ ,  $D(1|-2)$
- e)  $A(2|-1)$ ,  $B(3|2)$ ,  $C(-1|5)$ ,  $D(-1|0)$
- f)  $A(-2|2)$ ,  $B(2|-1)$ ,  $C(7|-1)$ ,  $D(3|2)$

**Extraaufgaben:**

15) Welcher Typ des Dreiecks ist es (gleichschenkelig, gleichseitig oder ungleichseitig) ?

- a)  $A(2|-3)$ ,  $B(7|-1)$ ,  $C(4|2)$
- b)  $A(-5|1)$ ,  $B(10|1)$ ,  $C(2,5|14)$
- c)  $A(2|0)$ ,  $B(6|1)$ ,  $C(7|5)$
- d)  $A(2|-1)$ ,  $B(7|2)$ ,  $C(1|5)$

16) Ist das Dreieck rechtwinkelig (in welchem Eckpunkt?) ?

- a)  $A(-1|5)$ ,  $B(2|2)$ ,  $C(4|10)$
- b)  $A(-3|-2)$ ,  $B(5|4)$ ,  $C(2|8)$
- c)  $A(0|0)$ ,  $B(7|2)$ ,  $C(5|4)$

17) Welcher Winkel wird von den Vektoren  $\overrightarrow{AB}$  und  $\overrightarrow{AC}$  eingeschlossen?

- a)  $A(2|-3)$ ,  $B(7|-1)$ ,  $C(4|2)$
- b)  $A(-1|7)$ ,  $B(2|2)$ ,  $C(4|10)$
- c)  $A(-5|1)$ ,  $B(10|1)$ ,  $C(2,5|14)$

18) Ermittle rechnerisch und graphisch

(1) den Schwerpunkt  $[S = (A+B+C)|3]$

(2) den Höhenschnittpunkt (Höhe = Senkrechte Gerade auf Seite durch gegenüberliegenden Eckpunkt)

(3) den Umkreismittelpunkt des gegebenen Dreiecks (mit Streckensymmetralen)!

- a)  $A(-10|5)$ ,  $B(17|14)$ ,  $C(14|-17)$
- b)  $A(4|0)$ ,  $B(5|-1)$ ,  $C(5|-3)$
- c)  $A(0|0)$ ,  $B(12|12)$ ,  $C(-12|6)$

19) Berechne mittels vektoriellem Produkt den Normalvektor der beiden Vektoren  $\overrightarrow{AB}$  und  $\overrightarrow{AC}$  und berechne die Fläche des Dreiecks ABC ( $\frac{1}{2}$  Betrag des Normalvektors)

- a)  $A(0|0|0)$ ,  $B(5|3|2)$ ,  $C(1|6|0)$
- b)  $A(1|-2|3)$ ,  $B(5|1|3)$ ,  $C(-2|2|3)$
- c)  $A(1|-4|5)$ ,  $B(1|1|5)$ ,  $C(4|-4|9)$

## Lösungen

1)a)  $\begin{pmatrix} 3 \\ 3 \end{pmatrix}$  b)  $\begin{pmatrix} -3 \\ 3 \end{pmatrix}$  c)  $\begin{pmatrix} 4 \\ 3 \end{pmatrix}$  d)  $\begin{pmatrix} -4 \\ 5 \end{pmatrix}$

2)a) (4|6) b) (-2|-2) c) (-2|4) d) (1|1)

3)a)  $\overrightarrow{CD}$  b)  $\overrightarrow{AB}$  c)  $\overrightarrow{EF}$  d)  $\overrightarrow{EF}$

4)a)  $\begin{pmatrix} -1 \\ 5 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 5 \\ 1 \end{pmatrix}$  b)  $\begin{pmatrix} -5 \\ 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 \\ 5 \end{pmatrix}$  c)  $\begin{pmatrix} -4 \\ -5 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -2 \\ -3 \end{pmatrix}$  d)  $\begin{pmatrix} -4 \\ -3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -2 \\ -5 \end{pmatrix}$

5)a) nicht parallel b) parallel c) nicht parallel d) parallel

6)a)  $\frac{1}{65} \begin{pmatrix} 63 \\ 16 \end{pmatrix} - \frac{1}{65} \begin{pmatrix} 63 \\ 16 \end{pmatrix}$  b)  $\frac{1}{101} \begin{pmatrix} 99 \\ 20 \end{pmatrix} - \frac{1}{101} \begin{pmatrix} 99 \\ 20 \end{pmatrix}$  c)  $\frac{1}{125} \begin{pmatrix} 117 \\ -44 \end{pmatrix} - \frac{1}{125} \begin{pmatrix} 117 \\ -44 \end{pmatrix}$

d)  $\frac{1}{37} \begin{pmatrix} -35 \\ 12 \end{pmatrix} - \frac{1}{37} \begin{pmatrix} -35 \\ 12 \end{pmatrix}$

7)a)  $\begin{pmatrix} -3 \\ 2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 3 \\ -2 \end{pmatrix}$  b)  $\begin{pmatrix} 4 \\ 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -4 \\ -1 \end{pmatrix}$  c)  $\begin{pmatrix} -2 \\ 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 2 \\ 0 \end{pmatrix}$  d)  $\begin{pmatrix} 2 \\ 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -2 \\ -1 \end{pmatrix}$

8) a)  $\begin{pmatrix} 6 \\ -8 \end{pmatrix}$  b)  $\begin{pmatrix} 36 \\ 15 \end{pmatrix}$  c)  $\begin{pmatrix} -12 \\ 9 \end{pmatrix}$  d)  $\sim \begin{pmatrix} 10 \\ 15 \end{pmatrix}$

9) a) D(0|4) b) D(-4|6) c) C(4|4) d) B(8|3)

10) a) C(4|2), D(0|3) b) C(-2|-1), D(1|-3) c) C(3|3), D(-1|6) d) C(5|1), D(2|3)

11) a) C(6|7), D(3|8) b) A(0|-3), D(-2|5) c) C(-6|8), D(-9|4) d) C(9|4), D(3|12)

12) a) B(4|-2), C(6|4), D(0|6) b) A(-2|3), C(6|3), D(2|7)

c) A(3|3), B(-3|3), D(3|-3) d) A(0|-3), B(3|0), C(0|3)

13) a) B(6|-6), D(-4|2) b) A(-3|-5), C(5|1) c) B(4|5), D(-2|-3) d) A(-1|1), C(1|-1)

14) a) Rechteck b) Quadrat c) Parallelogramm d) Trapez e) Deltoid f) Rhombus

15) a) gleichschenkelig b) fast gleichseitig c) gleichschenkelig d) ungleichseitig

16) a) ja (A) b) ja (B) c) nein (B?)

17) a)  $46,40^\circ$  b)  $90^\circ$  c)  $60,02^\circ$

18) a) S  $\left(7/\frac{2}{3}\right)$ , H  $\left(\frac{65}{9}/\frac{10}{3}\right)$ , U  $\left(\frac{62}{9}/-\frac{2}{3}\right)$

b) S  $\left(\frac{14}{3}/-\frac{4}{3}\right)$ , H(8|0), U(3|-2)

c) S(0|6), H(2|-8), U(-1|13)

19a)  $\vec{n} = \begin{pmatrix} -12 \\ 2 \\ 27 \end{pmatrix}$  A = 14,8      b)  $\vec{n} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 25 \end{pmatrix}$  A = 12,5      c)  $\vec{n} = \begin{pmatrix} 20 \\ 0 \\ -15 \end{pmatrix}$  A = 12,5