1) Text mit Prozent: Die Bakterienkultur ist jetzt 7000 mm² groß. Durch Zugabe eines Antibiotikums sterben die Bakterien, wobei die Fläche pro Stunde um etwa 35% kleiner wird. Es sei A(n) der Flächeninhalt nach n Stunden.

a) Stelle eine Tabelle für A(n) für n=0,1,2,3,4,…,n auf und skizziere die Funktion

b) Stelle die Wachstumsformel auf

c) Berechne den Flächeninhalt nach 20 Stunden

d) Berechne den Zeitpunkt, an dem der Flächeninhalt kleiner als 1 mm² wird

2) Text mit Formel: Ein Schwein wird in den Kühlraum gestellt und kühlt exponentiell ab nach der Formel $T(t) = 65 \cdot 0{,}86^t$ (T in °C, t in Minuten).

a) Welche Temperatur hat das Schwein zu Beginn und nach jeweils 5 Minuten bis zu einer Stunde

b) Berechne: Auf welchen Bruchteil sinkt die Temperatur pro Minute, bzw. um wie viel Prozent sinkt die Temperatur pro Minute?

c) Berechne, welche Temperatur das Schwein nach einem Tag hat

d) Berechne, wann das Schwein nur mehr 5°C warm ist!

3) Text mit 2 Zeitpunkten: Die Bevölkerung von Willdorf ist von 1990 bis 2000 annähernd exponentiell gewachsen – von anfangs 85 400 auf 119 306 Einwohner.

a) Stelle eine zweizeilige Tabelle mit diesen Daten auf (1990 = 0, 2000 =10)

b) Stelle die Wachstumsformel auf für die Bevölkerungszahl N(t) mit t ab 1990

c) Berechne die heutige Bevölkerungszahl (2014)

d) Berechne: Wann wird die Bevölkerung über 200 000 gewachsen sein?

4) **Text mit Halbwertszeit**: Die Halbwertszeit von Cäsium 137 beträgt ca. 30 Jahre.
a) Stelle eine zweizeilige Tabelle auf mit den Zeiten 0 und 30 Jahre und der Cäsiumbelastung in % (angefangen von 100%) auf

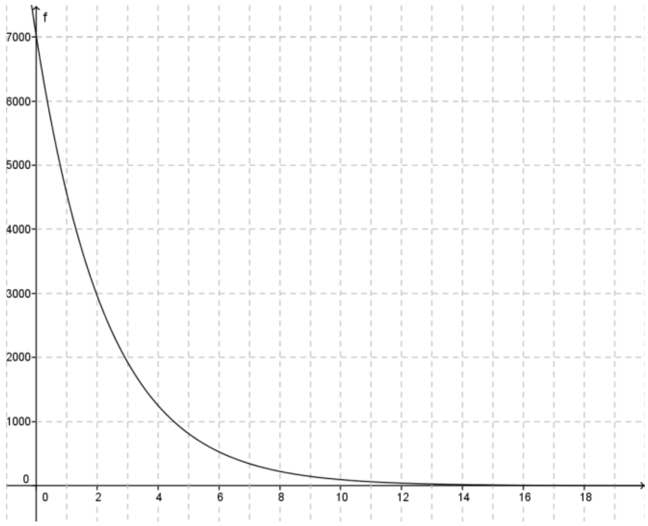
b) Entwickle aus der Tabelle die Formel für die Cäsiumbelastung in %

c) Berechne die Cäsiumbelastung nach 100 Jahren

d) Wann ist die Cäsiumbelastung auf 1% des Ausgangswertes gefallen und damit vernachlässigbar. Die wieviel−fache Halbwertszeit ist das etwa?

1) Text mit Prozent: Die Bakterienkultur ist jetzt 7000 mm² groß. Durch Zugabe eines Antibiotikums sterben die Bakterien, wobei die Fläche pro Stunde um etwa 35% kleiner wird. Es sei A(n) der Flächeninhalt nach n Stunden.

a) Stelle eine Tabelle für A(n) für n=0,1,2,3,4,…,n auf und skizziere die Funktion



n	$A(n)$
0	7000
1	7000 – 0,35*7000 = 4550
2	4500 * 0,65 = 2957
3	1922
4	1249
n	$7000*0,65^{n}$

b) Stelle die Wachstumsformel auf

$A(n) = A_0 \cdot e^{\lambda t}$

$4550 = 7000 \cdot e^{\lambda * 1}$ $\quad |: 7000$

$0,65 = e^{\lambda * 1}$ $\quad |ln$

$ln(0,65) = ln(e^{\lambda * 1}) = \lambda$

$\lambda = -0,43078\ldots$ (STO> X)

➔ <u>Formel: $A(n) = 7000 \cdot e^{-0,43078\ldots t}$</u>

c) Berechne den Flächeninhalt nach 20 Stunden

$A(20) = 7000 \cdot e^{-0,043078*20} = 1,27\ mm^2$

<u>Nach 20 Stunden ist der Flächeninhalt 1,27 mm² groß</u>

d) Berechne den Zeitpunkt, an dem der Flächeninhalt kleiner als 1 mm² wird

$A(n) = 7000 \cdot e^{-0,43078\ldots t}$

$1 = 7000 \cdot e^{-0,43078\ldots t}$ $\quad |:7000$

$1/7000 = e^{-0,43078\ldots t}$ $\quad |ln$

$ln(1/7000) = -0,43078 \cdot t$ $\quad |:-0,43078$

$t = 20,55$ Stunden

<u>Nach 20,55 Stunden ist der Flächeninhalt 1 mm² groß</u>

2) Text mit Formel: Ein Schwein wird in den Kühlraum gestellt und kühlt exponentiell ab nach der Formel $T(t) = 65 \cdot 0{,}86^t$ (T in °C, t in Minuten).
a) Welche Temperatur hat das Schwein zu Beginn und nach jeweils 5 Minuten bis zu einer Stunde

t (min)	T (°C)
0	65°
5	30,6
10	14,4
15	6,8
...	
60	0,0076

b) Berechne: Auf welchen Bruchteil sinkt die Temperatur pro Minute, bzw. um wie viel Prozent sinkt die Temperatur pro Minute?

$0{,}86 = 1 + p/100 \quad |-1$
$-0{,}14 = p/100 \quad |\cdot 100$
$-14\% = p$

Die Temperatur sinkt pro Minute ***um*** *14% **auf** den Bruchteil von 86% von vorher.*

c) Berechne, welche Temperatur das Schwein nach einem Tag hat

$t = 24*60 = 1440$ Minuten $\Rightarrow T(1440) = 65 \cdot 0{,}86^{1440} = 3{,}095 \cdot 10^{-93}$

Die Temperatur ist nach einem Tag auf praktisch Null Grad Celsius gesunken (genau: $3 \cdot 10^{-93}$ Grad)

d) Berechne, wann das Schwein nur mehr 5°C warm ist!

$5 = 65 \cdot 0{,}86^t \quad |:65$
$5/65 = 0{,}86^t \quad |\log$
$\log(5/65) = t \cdot \log(0{,}86) \quad |:\log(0{,}86)$
$t = \log(5/65) / \log(0{,}86) = 17{,}006..$

Das Schwein ist nach 17 Minuten nur mehr 5°C warm

3) Text mit 2 Zeitpunkten: Die Bevölkerung von Willdorf ist von 1990 bis 2000 annähernd exponentiell gewachsen – von anfangs 85 400 auf 119 306 Einwohner.
a) Stelle eine zweizeilige Tabelle mit diesen Daten auf (1990 = 0, 2000 =10)

t (Jahre ab 1990)	N_t (EW)
0	85400
10	119 306

b) Stelle die Wachstumsformel auf für die Bevölkerungszahl N(t) mit t ab 1990

$N(t) = N_0 \cdot e^{\lambda t}$
$119\,306 = 85400 \cdot e^{\lambda \cdot 10}$ $\quad |:85400$
$1{,}397.. = e^{\lambda \cdot 10}$ $\quad |\ln$
$\ln(1{,}397...) = \lambda \cdot 10$ $\quad |:10$
$\lambda = 0{,}03343..$

<u>Formel: $N(t) = 85400 \cdot e^{0{,}03343 \cdot t}$</u>

c) Berechne die heutige Bevölkerungszahl (2014)

$N(24) = 85400 \cdot e^{0{,}03343 \cdot 24} = 190\,523$

<u>Die heutige Bevölkerungszahl müsste nach der Formel 190 523 Einwohner sein</u>

d) Berechne: Wann wird die Bevölkerung über 200 000 gewachsen sein?

$200\,000 = 85400 \cdot e^{0{,}03343 \cdot t}$ $\quad |:85400$
$2{,}34... = e^{0{,}03343 \cdot t}$ $\quad |\ln$
$\ln(2{,}34...) = 0{,}03343 \cdot t$ $\quad |:0{,}03343$
$t = 25{,}45$

<u>Im Jahre 1990+25 = 2015 wird die Bevölkerung über 200 000 EW gewachsen sein.</u>

4) Text mit Halbwertszeit: Die Halbwertszeit von Cäsium 137 beträgt ca. 30 Jahre.
a) Stelle eine zweizeilige Tabelle auf mit den Zeiten 0 und 30 Jahre und der Cäsiumbelastung in % (angefangen von 100%) auf

t (Jahre)	N_t (%)
0	100 %
30	50 %

b) Entwickle aus der Tabelle die Formel für die Cäsiumbelastung in %

$N_t = N_0 \cdot e^{\lambda \cdot t}$
$50 = 100 \cdot e^{\lambda \cdot 30}$ |:100
$0{,}5 = e^{\lambda \cdot 30}$ |ln
$\ln(0{,}5) = \lambda \cdot 30$ |:30
$\lambda = -0{,}023104906$

Formel: $N_t = 100\% \cdot e^{-0{,}023104906 \cdot t}$

c) Berechne die Cäsiumbelastung nach 100 Jahren

$N_{100} = 100\% \cdot e^{-0{,}023\ldots \cdot 100} = 9{,}92\ \%$

Die Strahlenbelastung sinkt nach 100 Jahren auf 9,92% der Anfangsbelastung

d) Wann ist die Cäsiumbelastung auf 1% des Ausgangswertes gefallen und damit vernachlässigbar. Die wieviel−fache Halbwertszeit ist das etwa?

$1 = 100 \cdot e^{-0.023\ldots \cdot t}$ |:100
$0{,}01 = e^{-0{,}023\ldots \cdot t}$ |ln
$\ln(0{,}01) = -0{,}023\ldots \cdot t$ |:−0,023....
$t = 199{,}3$

Nach 199 Jahren ist die Cäsiumbelastung auf das 1% fache des Anfangswerts gesunken

$199{,}3 : 30 = 6{,}6$ fache

Nach der 6,6 fachen Halbwertszeit ist die Cäsiumbelastung auf 1% gesunken