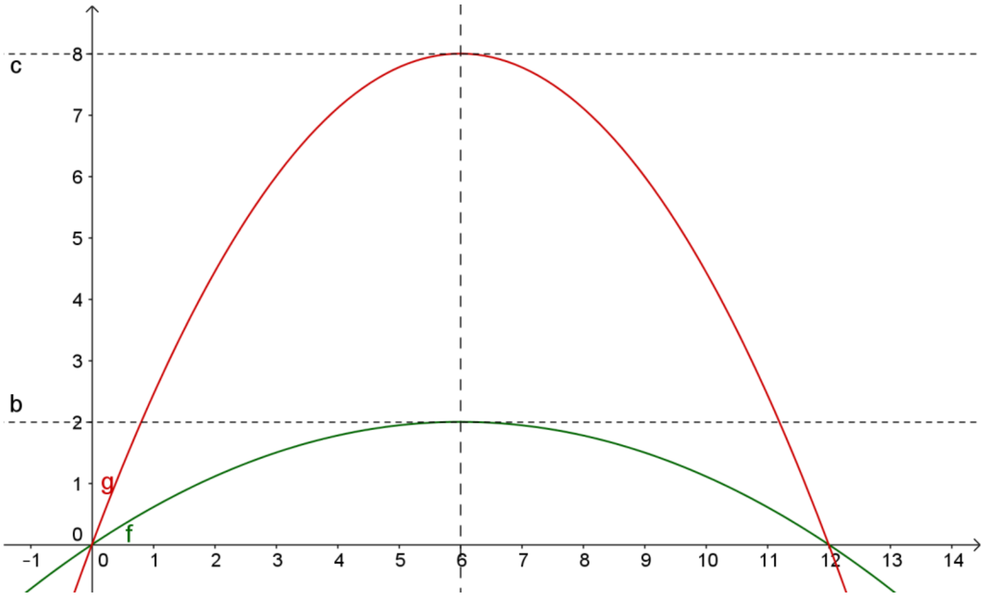
Weihnachtsmathematik

Wichtelwerkstatt beim Weihnachtsmann

a) Die Wichtel wollen ein neues Superkeks in Mondform machen. Dafür wollen sie das **Teigvolumen** berechnen. Das Keks soll 0,5 cm dick werden und folgende Form haben:



b) Die Keks werden pro Stück 0,50€ pro Stück kosten und um 1€ verkauft werden. Es muss ein Wichtel für die Produktion angestellt werden und das kostet 500€ pro Monat. Wie viele Kekse müssen die Wichtel produzieren, damit sei **keinen Verlust** machen?

c) Die Kekse werden in einem Regal in 6m Höhe aufbewahrt. Eine **Leiter**, die gerade in diese Höhe reicht wird im Winkel 70° an das Regal gelehnt. Wie weit muss der Abstand am Boden vom Regal sein?

d) Die Kekse werden mit **Germ** gemacht. Die Verdoppelungszeit für die Keksdicke ist 2 Stunden. Wann werden die Kekse von 0,3 cm auf 0,5 cm angewachsen sein?

e) **Alle Kinder** (0−14 Jahre) auf der Welt (~1/5 der Weltbevölkerung von 7 Mrd.) sollen mit diesen Keksen (je Kind eines) beschenkt werden. Wie viele Kekse müssen gebacken werden? Welches Gesamt−Gewicht werden die haben, wenn ein Keks **24** Gramm (!!) Gewicht hat. Wie viele Wagenladungen zu 10 Tonnen (so viel kann der Weihnachtsschlitten fassen) macht das aus?

f) Eine Unterabteilung „Christkind“ verteilt in Wien die Geschenke an die Kinder. Dafür muss das „Christkind“ etwa 600 000 Haushalte besuchen. Die Haushalte sind ca. 10m voneinander entfernt. Wie schnell muss das „Christkind“ sein, wenn es die Wegzeit in einer Stunde zurücklegen will?

Lösungen:

a) Keksfunktionen:

$f(x) = ax^2 + bx + c = y \Rightarrow f'(x) = 2ax + b$

$$\left.\begin{array}{lll} f(0)=0 & \Rightarrow & a\cdot 0^2 + b\cdot 0 + c = 0 \\ f(6)=2 & \Rightarrow & a\cdot 6^2 + b\cdot 6 + c = 2 \\ f'(6)=0 & \Rightarrow & 2a\cdot 6 + b = 0 \end{array}\right\} \Rightarrow \text{Matrix}$$

$\Rightarrow f(x) = -0{,}0555\ldots x^2 + 0{,}666\ldots x$

$\underline{f(x) = -\frac{1}{18}x^2 + \frac{2}{3}x}$

mit $f(6) = 8$ ergibt sich: $g(x) = -0{,}222..x^2 + 2{,}666..x$

$\underline{g(x) = -\frac{2}{9}x^2 + \frac{8}{3}x}$

Die Fläche unter $g(x)$ ist $\int_0^{12} g(x)\,dx = 16$

unter $f(x) = \int_0^{12} f(x)\,dx = 64$

Differenz $= 64 - 16 = \underline{48\ cm^2}$

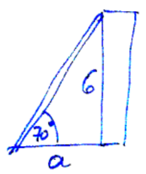
Das Keksvolumen $= \underline{24\ cm^3}$

b) $K(x) = 0{,}50x + 500$

$E(x) = 1x$

$G(x) = 1x - 0{,}50x - 500 = 0 \Rightarrow$ mindestens $\underline{x = 1000 \text{ Stück}}$

c)



$\tan 70° = \frac{6}{a} \Rightarrow a = \frac{6}{\tan 70} = \underline{2{,}18\ m \text{ Abstand}}$

d) $N_t = N_0 \cdot a^t \Rightarrow 2 = 1 \cdot a^2 \Rightarrow a = \sqrt{2} = 1{,}4142$

$0{,}5 = 0{,}3 \cdot 1{,}4142^t \Rightarrow t = \frac{\ln(0{,}5/0{,}3)}{\ln(1{,}4142)} = 1{,}47$ Stunden

$\underline{= 1h\ 28\ min}$

---

e) die Kinderzahl $\sim \frac{1}{5}$ der Weltbevölkerung

$= 0{,}2 \cdot 7$ Mrd $= 1{,}4$ Mrd.

$1{,}4$ Mrd $\times 24\ g = 3{,}36 \cdot 10^{10}\ g = 33600\ t$

$\Rightarrow$ <u>3360 Wagenladungen</u>

f) Entfernung $= 10\ m \times 600\,000 = 6 \cdot 10^6\ m$

Zeit $= 1h = 3600\ s$

Geschwindigkeit $= 6 \cdot 10^6 / 3600\ m/s = 1666.67\ m/s$

$= \underline{6000\ km/h}$ = 5fache Schallgeschwindigkeit