CAB: Quadratische Funktionen (und Gleichungen)

Ziel dieses Arbeitsblattes:

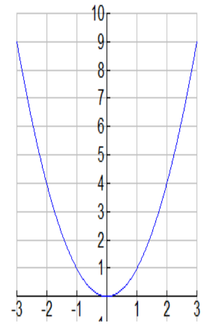
- Verständnis, was die einzelnen Konstanten a, b, c der quadratischen Funktion
  $y = a\,x^2 + b\,x + c$ bedeuten.
- Weiters wird erklärt, wie man eine quadratische Funktion verschiebt
  (nach oben/unten und nach links/rechts).
- Und umgekehrt – wie findet man die Koordinaten des Scheitelpunktes
- und wie kommt man zu den Nullstellen = quadratische Gleichung lösen

Vom Term über die Tabelle zum Graph mit: f: $y = x^2$ und $s = -5\cdot t^2$

Gegeben ist der Term der Funktion:
f: $y = x^2$

Erstelle daraus die Tabelle und dann den Graph der Funktion ➔

x	y
0	0
1	1
2	4
3	
−1	1
−2	
−3	

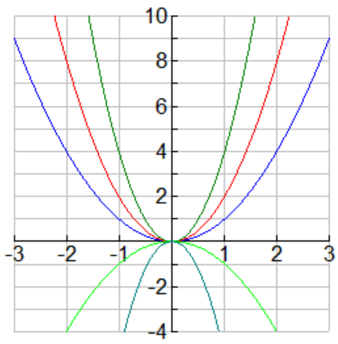


Für den **Freien Fall** kann man noch die Tabelle der Funktion $s = -5t^2$ für $t = 0..5$ sec erstellen (Wegstrecke s in Meter) – *und sich wundern über die schnelle Fallbewegung!*

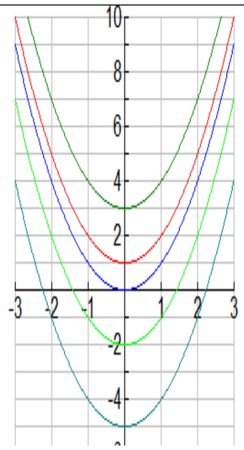
Wirkung der Parameter a, b, c der Funktion f: $y = a\cdot x^2+b\cdot x +c$ beschreiben

Start: Bitte lade den Funktionsplotter (http://rechneronline.de/funktionsgraphen/) bzw. gib die Funktionen im Taschenrechner ein (Y=)

Stufe 1: Bedeutung des Koeffizienten a der quadratischen Funktion

Eingabe der Terme für **y = a*x²**	Resultat
Bitte gib der Reihe nach die Terme ein: 1*x^2 2*x^2 4*x^2 -1*x^2 -5*x^2	
Wie würdest Du die Wirkung des Koeffizienten a bei den quadratischen Funktionen erklären? je größer a ist, (wenn a positiv ist) ____ je größer a ist, (wenn a negativ ist) ____	

Stufe 2: Bedeutung des Koeffizienten c der quadratischen Funktion

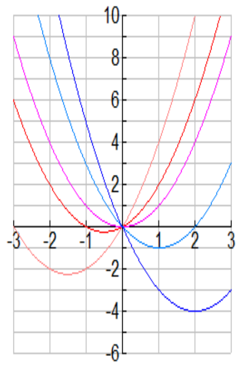
<table>
<tr><td>Eingabe der Terme für $y = x^2 + c$</td><td>Resultat</td></tr>
<tr><td>Bitte gib der Reihe nach die Terme ein:
x^2   x^2+1   x^2+3   x^2−2   x^2−5</td><td rowspan="2">
</td></tr>
<tr><td>Wie würdest Du die Wirkung des Koeffizienten c bei den quadratischen Funktionen erklären?

je größer c ist, (wenn c positiv ist)

____
je größer c ist, (wenn c negativ ist)

____</td></tr>
</table>

Stufe 3: Bedeutung des Koeffizienten b der quadratischen Funktion

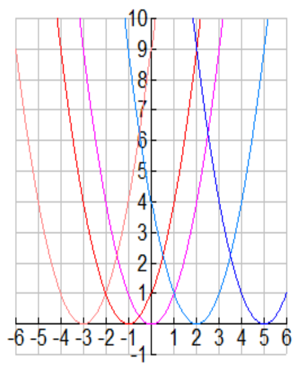
<table>
<tr><td>Eingabe der Terme $y = x^2 + b \cdot x$</td><td>Resultat</td></tr>
<tr><td>Bitte gib der Reihe nach die Terme ein:
x^2   x^2 + x   x^2 + 3x   x^2 − 2x   x^2 − 4x</td><td rowspan="2">
</td></tr>
<tr><td>Wie würdest Du die Wirkung des Koeffizienten b bei den quadratischen Funktionen erklären?

je größer b ist, (wenn b positiv ist)

____
je größer b ist, (wenn b negativ ist)

____</td></tr>
</table>

Stufe 4: Klammertrick: Quadratische Funktion in Klammerform: $y = (x + e)^2$

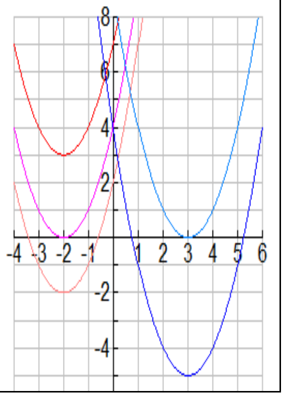
<table>
<tr><td>Eingabe der Terme $y = (x + \mathbf{e})^2$</td><td>Resultat</td></tr>
<tr><td>Bitte gib der Reihe nach die Terme ein:
x^2   (x+1)^2   (x+3)^2   (x−2)^2   (x-5)^2</td><td rowspan="2">
</td></tr>
<tr><td>Wie würdest Du die Wirkung des Koeffizienten w bei den quadratischen Funktionen erklären?

je größer e ist, (wenn e positiv ist)

____
je größer e ist, (wenn e negativ ist)

____</td></tr>
</table>

Stufe 5: Klammertrick: Quadratische Funktion in Klammerform: $y = (x + e)^2 + f$

<table>
<tr><td>Eingabe der Terme y = (x + e)² + f</td><td>Resultat</td></tr>
<tr><td>Bitte gib der Reihe nach die Terme ein:
(x+2)^2   (x+2)^2+3   (x+2)^2−2   (x−3)^2   (x−3)^2−5</td><td rowspan="2"></td></tr>
<tr><td>Wie würdest Du die Wirkung der Koeffizienten e, f bei den quadratischen Funktionen erklären?

e____

f____</td></tr>
</table>

Stufe 6: Scheitel der Funktion verschieben

Verschiebe den Scheitel der Funktion $y=x^2$ nach					
a) (3|0)	b) (0|2)	c) (3|2)	d) (−3|2)	e) (−1|−2)	f) (2|−2)
Wie lautet dann der Term der Funktion mit Klammerschreibweise?					
			$y = (x+3)^2+2$		

Stufe 7: Wie kann man den Klammerterm in einen ohne Klammer umwandeln?

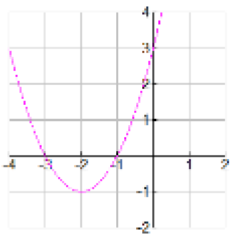
Verwandle den Klammerterm in einen ohne Klammer durch Ausmultiplizieren				
a) $(x-2)^2$	b) $(x+3)^2$	c) $(x-3)^2+2$	d) $(x-3)^2-4$	e) $2(x+1)^2-3$
			x^2-6x+5	

Stufe 8: Wie kann man den Term ohne Klammer in einen Klammerterm verwandeln?

mit „Ergänzen auf eine vollständige binomische Form“

Beispiel: Wandle $y = x^2 + 4x + 3$ in die Scheitelform $y= (x+e)^2+f$
und berechne dann den Scheitel S(−e|f) und die Nullstellen

Lösung: Zuerst muss man den mittleren Parameter halbieren und so anschreiben: $\mathbf{(x+2)^2}$
Nun muss man noch das Quadrat des halbierten Parameters abziehen und den dritten Parameter dazu schreiben: $(x+2)^2 - 2^2 + 3$
und das reicht schon: $\mathbf{y = (x+2)^2 - 1}$
und daraus ergibt sich der **Scheitel der Funktion: S(−2|−1)**
für die Nullstellen muss man berechnen: $(x+2)^2 - 1 = 0$ ➔ $(x+2)^2 = 1$
und dann die ±Wurzel ziehen: $x+2 = \pm 1$ ➔ $x = -2 \pm 1$
➔ $x_1 = -3$ und $x_2 = -1$
das ergibt die **Nullstellen $N_1(-3|0)$ und $N_2(-1|0)$**



Stufe 9: Entwicklung der p+q−Formel für die quadratische Gleichung
Stufe 10: quadratische Gleichungen lösen mit verschiedenen Methoden
Stufe 11: Textanwendungen ➔ Maturaaufgaben