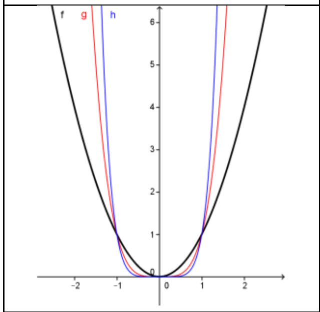
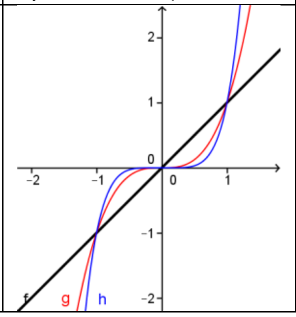
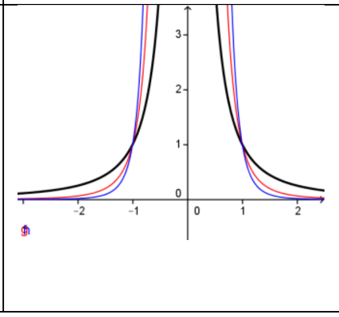
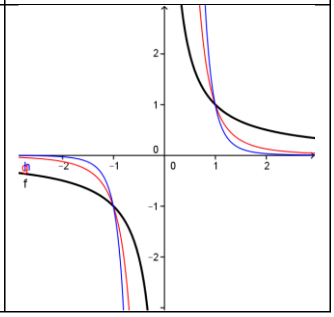
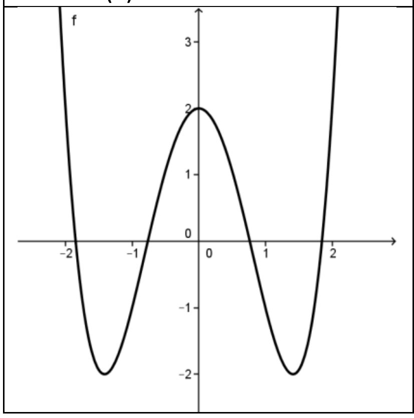
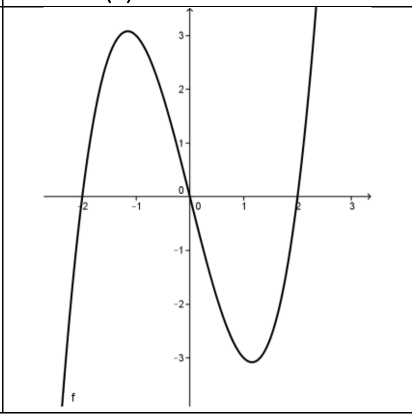
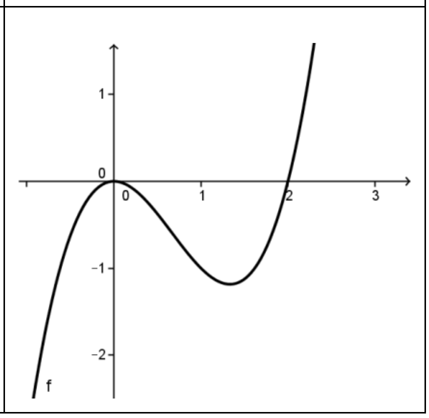
Funktionsdiskussion

Potenzfunktionen sind Funktionen der Gestalt: $f(x) = x^n$ mit einer natürlichen Zahl n (oder auch mit einer negativen oder einer Bruchzahl)

Ist n=2 oder 4 oder 6, so hat man es mit einer Parabel–ähnlichen Funktion zu tun, die **y–Achsen–symmetrisch** ist	Ist n=1 oder 3 oder 5, so hat man es mit einer Schlangen–ähnlichen Funktion zu tun, die **antisymmetrisch** (zum Ursprung symmetrisch) ist	Ist n=−2 oder −4 oder −6, so hat man es mit einer Kühlturm–ähnlichen Funktion zu tun, die **y–Achsen–symmetrisch** ist	Ist n=−-1 oder −3 oder −5, so hat man es mit einer Hyperbel–ähnlichen Funktion zu tun, die **antisymmetrisch** (zum Ursprung symmetrisch) ist
			

Polynomfunktionen sind Kombinationen dieser Grundfunktionen:

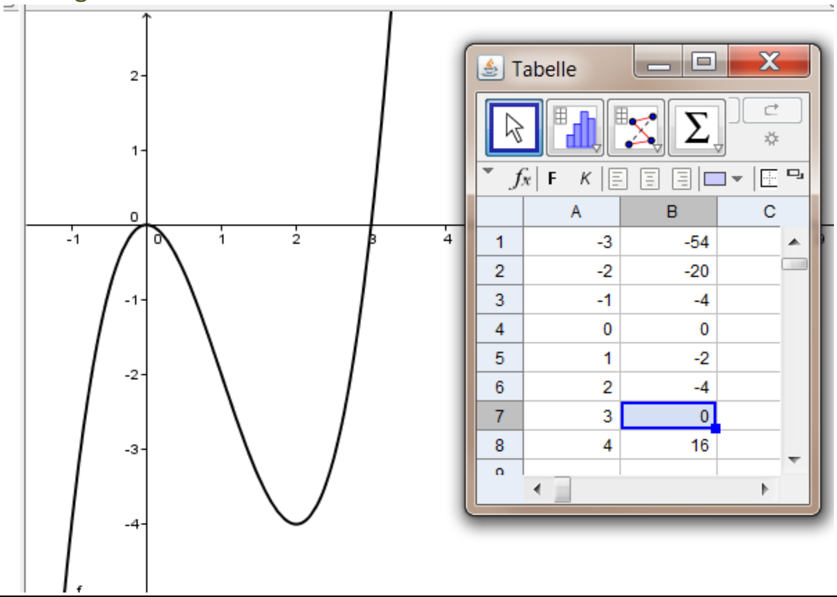
Kombinationen von nur Funktionen mit geraden positiven Exponenten sind **y–Achsen–symmetrisch**, z. B.: $f(x) = x^4-4x^2+2$	Kombinationen von nur Funktionen mit ungeraden positiven Exponenten sind **Ursprung–(anti)symmetrisch**, z. B.: $f(x) = x^3-4x$	beliebige Kombinationen sind nicht symmetrisch, z.B.: $f(x) = x^3-2x^2$
		

Mit diesen Funktionen werden wir uns nun näher beschäftigen.

1. Ziel: Vom Funktionsterm ausgehend – eine **Wertetabelle** erstellen und den **Graphen** zeichnen
2. Ziel: Vom Funktionsterm ausgehend die **Nullstellen** berechnen und dann auch die **Intervalle** bestimmen, in denen die Funktion positiv oder negativ ist.
3. Ziel: Vom Funktionsterm ausgehend die **Steigungsfunktion** berechnen und damit **Steigungen** an einzelnen Kurvenpunkten bestimmen – oder sogar **Tangenten** an die Kurve bestimmen.
4.Ziel: Vom Funktionsterm ausgehend die **Extremwerte** (=Hochpunkte oder Tiefpunkte) der Funktion bestimmen
5.Ziel: Vom Funktionsterm ausgehend die **Wendepunkte** der Funktion bestimmen.

Beispiel 1: Erstelle eine Wertetabelle und den Graphen der Funktion $f(x) = x^3 - 3x^2$

Lösung:



Beispiel 2: Ermittle die Nullstellen der Funktion $f(x) = x^3 - 3x^2$ und die positiven/negativen Bereiche der Funktion

Lösung: $x^3 - 3x^2 = 0$ | x^2 herausheben

$x^2 \cdot (x-3) = 0$ |trennen

$x^2 = 0$ oder $x-3 = 0$

ergibt als Lösungen $x_1 = 0$ und $x_2 = 3$

ergibt die Nullstellen: **$N_1(0|0)$ und $N_2(3|0)$**

und damit ergeben sich die Intervalle:

$]-\infty;0[$ Funktion ist negativ (weil $f(-1) = -4$)

$]0;3[$ Funktion ist negativ (weil $f(1) = -1$)

$]3;\infty[$ Funktion ist positiv (weil $f(4) = 16$)

Übungen:

Erstelle eine Wertetabelle und damit den Graphen der Funktion. Bestimme die Nullstellen und die positiven/negativen Bereiche der Funktion:

1) $f(x) = x^2 - 2{,}5 \cdot x$
2) $f(x) = -x^2 - 2x + 3$
3) $f(x) = -x^3 - 2x^2$
4) $f(x) = x^3 + 0{,}5x^2 - 4x - 2$
5) $f(x) = x^3 - 3x^2 - 2x + 6$
6) $f(x) = x^4 - 11x^2 + 18$
7) $f(x) = x^4 - 8x^2 + 16$

Lösungen:

1) $N_1\,(0|0)$, $N_2\,(2{,}5|0)$, Intervalle: $]-\infty;0[$ positiv $]0;2{,}5[$ negativ $]3;\infty[$ positiv
2) N1 $(-3|0)$, N2 $(1|0)$, Intervalle: $]-\infty;-3[$ negativ $]-3;1[$ positiv $]1;\infty[$ negativ
3) N1 $(-2|0)$, N2 $(0|0)$, Intervalle: $]-\infty;-2[$ positiv $]-2;0[$ negativ $]0;\infty[$positiv
4) N1 $(-2|0)$, N2 $(-0{,}5|0)$, N3$(2|0)$ $]-\infty;-2[$ neg. $]-2;-0{,}5[$ pos. $]-0{,}5;2[$ neg. $]2;\infty[$ pos.
5) N1 $(-1{,}41|0)$, N2 $(1{,}41|0)$, N3$(3|0)$ $]-\infty;-1{,}41[$ neg. $]-1{,}41;1{,}41[$ pos. $]1{,}41;3[$ neg. $]3;\infty[$ pos.
6) N1 $(-3|0)$, N2 $(-1{,}41|0)$, N3$(1{,}41|0)$, $N_4(3|0)$
$]-\infty;-3[$ pos. $]-3;-1{,}41[$ neg. $]-1{,}41;1{,}41[$ pos. $]1{,}41;3[$ neg. $]3;\infty[$ pos.
7) $N_1\,(-2|0)$, $N_2\,(2|0)$, Intervalle: $]-\infty;-2[$ positiv $]-2;2[$ positiv $]2;\infty[$ positiv