Kostenrechnung mit quadratischer Kostenfunktion

1. Eine Ofenproduktion arbeitet mit der Kostenfunktion $K(x) = x^2 + 8x + 32$. Die Nachfragefunktion wurde mit $p(x) = 80 - 10x$ ermittelt.
   a. Ermitteln Sie die Stückkostenfunktion und das Betriebsoptimum und die minimalen Stückkosten.
   b. Bestimmen Sie die Gewinngrenzen und den Cournot'schen Punkt.

2. Eine Kleiderfabrik hat Stückkosten von $\overline{K}(x) = 3 + \frac{20}{x} + 0{,}01x$ und die kubische Erlösfunktion $E(x) = 40x - 2x^3$
   a. Ermitteln Sie die Kostenfunktion und das Betriebsoptimum.
   b. Bestimmen Sie die kubische (Gewinn=)Erfolgsfunktion und den maximalen Erfolg (das Gewinnmaximum).

3. Ein atomistischer Betrieb arbeitet mit der Kostenfunktion
   $K(x) = 0{,}05x^2 - 0{,}05x + 3{,}75$.
   Der fixe Marktpreis beträgt p = 1,80 GE/ME.
   a. Berechnen Sie die Gewinngrenzen und das Gewinnmaximum.
   b. Wie weit könnte der Marktpreis sinken, so dass noch kein Verlust entsteht?

4. Von einer quadratischen Kostenfunktion kennt man das Betriebsoptimum $x_{opt} = 500$ ME und das Minimum der Stückkosten $\overline{K}_{min} = 45$ GE/ME. Weiters weiß man, dass Fixkosten von 50000 GE anfallen.
   a. Gesucht ist die Kostenfunktion.
   b. Von der Nachfragefunktion kennt man die Sättigungsmenge $x_s = 2000$ ME und den Prohibitivpreis $p_{max} = 200$ GE/ME. Berechnen Sie dazu die lineare Nachfragefunktion
   c. Bestimmen Sie die Gewinngrenzen, den maximalen Gewinn und den Cournot'schen Punkt.
   d. Bestimmen Sie den maximalen Erlös und die zugehörige Menge.

5. Von einer Mineralwasserfirma kennt man die Grenzkostenfunktion $K'(x) = 0{,}002x + 10$ und die Fixkosten F = 900 000 GE. Der Marktpreis hat sich auf p = 80 GE/ME eingependelt.
   a. Berechnen Sie die Kostenfunktion und das Betriebsoptimum incl. den dazugehörigen Stückkosten.
   b. Berechnen Sie die Erfolgsfunktion und das Gewinnmaximum.

6. Bei einer Produktion von 20 ME fallen Gesamtkosten von 649 GE an. Die Fixkosten betragen 450 GE und das Betriebsoptimum liegt bei 30 ME. Die Nachfragefunktion ist mit $p(x) = 300 - 0{,}2x$ gegeben.
   a. Gesucht ist die quadratische Kostenfunktion
   b. und das Gewinnmaximum.

7. Bei einer Produktion von 50 ME fallen Gesamtkosten von 31050 GE an. Bei 100 ME sind es 42100 GE. Bei 100 ME betragen die Grenzkosten 296 GE/ME. Die lineare Nachfragefunktion ist durch eine Sättigungsmenge von 2000 ME und einen Höchstpreis von 1000 GE/ME gegeben.
   a. Berechnen Sie die quadratische Kostenfunktion und das Betriebsoptimum mitsamt der langfristigen Preisuntergrenze.
   b. Bestimmen Sie die Nachfragefunktion und den Cournot'schen Punkt.

8. Bei einer Produktion von 100 ME fallen 58000 GE Gesamtkosten an. Das Betriebsoptimum liegt bei 600 ME und die LPU ist bei 205 GE/ME. Das Gewinnmaximum liegt bei 171 625 GE und wird bei x_{Gmax} = 950 ME erreicht.
   a. Berechnen Sie die quadratische Kostenfunktion.
   b. Berechnen Sie die Gewinnfunktion, wenn man annimmt, dass die Nachfragefunktion linear ist.
   c. Berechnen Sie die Gewinngrenzen.

9. Eine Produktion von Fernsehern hat bei 1000 ME Gesamtkosten von 220 000 GE. Bei Stillstand belaufen sich die (Fix-)kosten auf 80 000 GE. Bei dieser Menge (x=0) betragen die Grenzkosten 120 GE/ME. Die Nachfragefunktion ist gegeben durch $p(x) = 1000 - 0{,}2x$.
   a. Berechnen Sie die quadratische Kostenfunktion und das Betriebsoptimum.
   b. Berechnen Sie die Gewinngrenzen und den Cournot'schen Punkt.
   c. Berechnen Sie das Erlösmaximum.

10. Bei einer Produktion von 50 ME fallen Gesamtkosten von 8525 ME an. Bei einer Produktion von 100 ME fallen 10800 GE Gesamtkosten an. Die Stillstandskosten betragen 7500 GE. Die Nachfrage ist gegeben durch: Höchstpreis = 220 GE/ME und bei Absatz von 200 ME erzielt man einen Preis von 120 GE/ME.
    a. Berechnen Sie die quadratische Kostenfunktion und bestimmen Sie die langfristige Preisuntergrenze.
    b. Bestimmen Sie die Nachfragefunktion und berechnen Sie damit das Erlösmaximum und die zugehörige Mengeneinheit.
    c. Berechnen Sie die Gewinngrenzen und den Cournot'schen Punkt.

11.*Bei einer Produktionsmenge von 800 ME wird der maximale Erlös von 320 000 GE erzielt. Bei einer Produktionsmenge von 797 ME wird der maximale Gewinn von 310 604,5 GE erzielt.
    a. Berechnen Sie die Kosten– und Nachfragefunktion, wenn man annimmt, dass beide **linear** sind.
    b. Berechnen Sie die Grenzen der Gewinnzone und den maximalen Gewinn.

12.*Bei einem fixen Marktpreis von p = 55 GE/ME wird das Gewinnmaximum bei x_{Gmax}=22,5 ME erreicht. Bei 20 ME ist der Grenzkostenanstieg 50 GE/ME. Die Fixkosten betragen 500 GE.
    a. Berechnen Sie die quadratische Kostenfunktion.
    b. Bei welchem Marktpreis wird der Betrieb zum Grenzbetrieb? (LPU)

Lösungen:

1) a) x_{opt} = 5,66 ME $\overline{K}(x_{opt})$ = 19,31 GE/ME
   b)Gewinnzone: [1; 6] C.P.= (3,27 ME| 47,27 GE/ME)

2) a) $K(x)= 0,01x^2 + 3x + 20$ x_{opt} = 44,7 ME
   b) $G(x) = -2x^3 - 0,01x^2 + 37x - 20$ G_{max} = 41,19 GE

3) a) [2,15; 34,85] ≈ [3; 34] x_{Gmax} = 18,5 ME G_{max}= 13,36 GE
   b) p_{min} = LPU = 0,816 GE/ME

4) a) $K(x) = 0,2x^2 - 155x + 50\,000$
   b) $p(x) = 200 - 0,1*x$
   c) [164; 1019] G_{max} = 55 021 C.P. = (592 ME | 141 GE/ME)
   d) E_{max} = 100 000 GE bei x = 1000 ME

5) a) $K(x) = 0,001x^2 +10x + 900\,000$ x_{opt} = 30 000 ME LPU = 70 GE/ME
   b) $G(x) = -0,001x^2 + 70x - 900\,000$ G_{max} = 325 000 GE (x_c = 35 000 ME)

6) a) $K(x) = 0,5x^2 - 0,05x + 450$
   b) G_{max} = 31704 GE

7) a) $K(x) = 1,5x^2 - 4x + 27\,500$ x_{opt} = 135,4 ME LPU = 402,2 GE/ME
   b) $p(x) =1000 - ½ x$ x_c = 251 ME p_c = 874,5 GE/ME

8) a) $K(x) = 0,15x^2 + 25x + 54000$
   b) $p(x) = 500 - 0,1x$ $G(x) = -0,25x^2 + 475x - 54000$
   c) [122; 1778]

9) a) $K(x) = 0,02x^2 + 120x + 80000$ x_{opt} = 2000 ME
   b) [94; 3906] C.P. = (2000 ME| 600 GE/ME)
   c) E_{max} = 1 250 000 GE

10) a) $K(x) = 0,25x^2 +8x + 7500$ x_{opt} = 173,2 ME LPU = 94,6 GE/ME
   b) $p(x) = 220 - 0,5x$ E_{max} = 24200 GE x_{Emax} = 220 ME
   c) [42; 241] C.P. = (141 ME| 149 GE/ME)

11) a) $p(x) = 800 - 0,5x$ $K(x) = 3x + 7000$
   b) [8,83; 1585,17] ≈ [9; 1585] G_{max} = 310 605 GE

12) a) $K(x) = x^2 + 10x + 500$
   b) x_{opt} = 22,36 ME p_{min} = LPU = 54,72 GE/ME