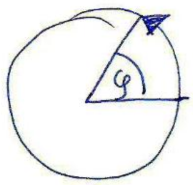
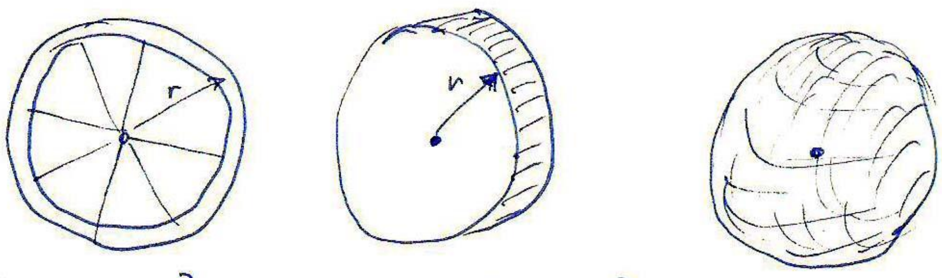
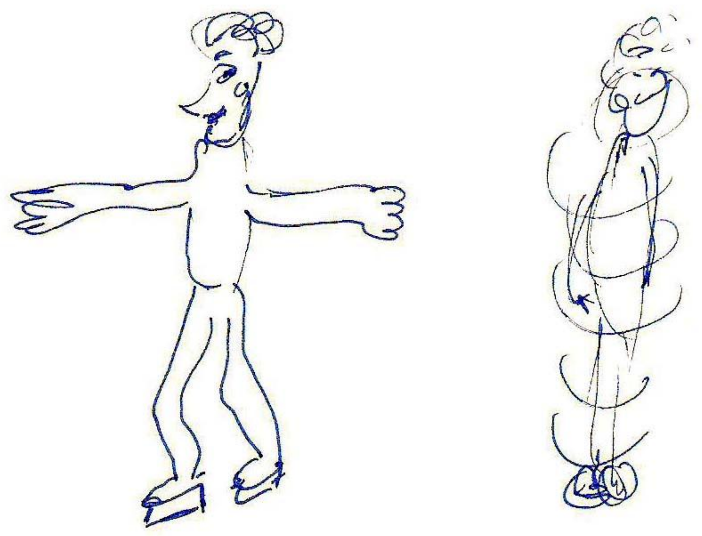
Drehbewegung

DREH-BEWEGUNG	**Im Vergleich: Geradlinige Bewegung**
Der **Drehwinkel φ (Phi)** ist eine Größe, die mit der Zeit immer größer wird. Bei einer gleichförmigen Drehung wird der Drehwinkel in gleichen Zeiten immer um gleiche Beträge zunehmen, man kann ihn als Funktion der Zeit so anschreiben: **$\varphi(t) = \omega * t$** mit einer Konstanten **ω**, die als Winkelgeschwindigkeit bezeichnet wird Schwieriger ist es, die Einheit des Winkels festzulegen. Der Winkel wird nicht in Grad definiert, sondern im **Bogenmaß** [**rad**]. 360° ≅ 6,28 rad 1 rad ≅ 57°  *Die Länge des Umfanges eines Kreises mit Radius 1 ergibt die Bogenlänge.* *Für die Berechnung des Umfanges eines Kreises gibt es die Formel:* $u = 2r\pi \approx 6{,}28 * r$ *Wenn r = 1 ist, ist der volle Kreisumfang also 6,28* *Für die Bogenlänge eines Kreissektors gibt es die Formel* $b = \frac{2r\pi\alpha}{360}$ *Ersetzt man 2π durch 6,28 und r durch 1 ergibt sich* $b = \frac{6{,}28 * \alpha}{360} = \boldsymbol{\varphi}$ *Dieser Bogen entspricht nun genau dem Winkel **φ** im Bogenmaß. (wobei α im Gradmaß angegeben ist.)* *Witzigerweise ist rad dimensionslos* *(als Verhältnis des Umfanges durch den Radius definiert ist es* $\frac{Meter}{Meter} = 1$*)*	Strecke s [Meter]
Damit ist auch die **Winkelgeschwindigkeit ω** definiert: $\text{Winkelgeschwindigkeit} = \frac{\text{Änderung des Drehwinkels}}{\text{benötigte Zeit}}$ $\boldsymbol{\omega = \frac{\varphi}{t}}$ Einheit: [$\frac{rad}{s} = \frac{1}{s} = s^{-1}$]	Geschwindigkeit $v = \frac{s}{t}$ [m/s]
Bekannter als die Winkelgeschwindigkeit ist die **Frequenz** = $\frac{\text{Anzahl der Umdrehungen}}{\text{Sekunde}}$ $\mathbf{f} = \frac{Anz.}{t}$ Einheit: [**Hertz** = $\frac{Anz.}{s} = \frac{1}{s} = s^{-1}$] An der Einheit erkennt man, dass nicht viel Unterschied zwischen Winkelgeschwindigkeit und Frequenz besteht, es gilt genau: **$\omega = 2\pi * f$**	
Natürlich gibt es analog zur linearen Bewegung auch eine Beschleunigung, wenn die Drehbewegung immer schneller wird, die $\text{Winkelbeschleunigung} = \frac{\text{Änderung desr Winkelgeschwindigkeit}}{\text{benötigte Zeit}}$ $\boldsymbol{\alpha} = \frac{\omega}{t}$ Einheit: [$\frac{rad}{s^2} = \frac{1}{s^2} = s^{-2}$]	Beschleunigung $a = \frac{v}{t}$ [m/s²]

Jetzt kommt die Masse ins Spiel als Widerstand gegen die Bewegung, als Trägheitsmasse. Bei der Drehbewegung ist aber die Verteilung der Masse wesentlich. Wenn die gesamte Masse im Drehzentrum ist, ist die Trägheit minimal (eigentlich Null). Ist die gesamte Masse im Abstand r gelagert (z.B. bei einem Rad), dann ist die Drehmasse = das **Trägheitsmoment $J = m \cdot r^2$,** im allgemeinen Fall eine Summe aus den einzelnen Masseteilen (z.B: Träheitsmoment für ein Rad $J = mr^2$, Scheibe: $J = 1/2 \cdot mr^2$, Kugel: $J = 2/5 \cdot mr^2$)  $J = m \cdot r^2$ $J = 0{,}5\, m \cdot r^2$ $J = 0{,}4 \cdot m \cdot r^2$ <u>Herleitung</u>: über die kinetische Energie Einheit: [**kg·m²**]	Masse m [kg]
Als nächste Einheit wird die Kraft bei der linearen Bewegung hergeleitet, hier gibt es die Drehkraft, das **Drehmoment = Kraft*Kraftarm** $M = F*r$ es gilt auch: Drehmoment = Massenträgheitsmoment * Winkelbeschleunigung $M = J*\alpha$ Einheit: [Newtonmeter = N·m] aber das wird nicht zu Joule umgewandelt!	Kraft $F = m \cdot a$ [Newton]
Die nächste Betrachtung gilt den Stoß- und Anstoßvorgängen, wo eine Kraft einen Moment lang eine (Dreh-)Bewegung anstößt und deren innere Erhaltungsgröße **(Dreh-)Impuls** verändert. Bei Wegbleiben der äußeren Kraft bleibt der (Dreh-)Impuls aber **erhalten** (solange keine Reibung und andere Kräfte wirken) **Drehimpuls L = Massenträgheitsmoment J *Winkelgeschwindigkeit ω** es gilt auch: L = Radius r * Impuls p Einheit [kg·m²/s]	Impuls p $p = m \cdot v$ [kg·m/s]
Die nächste Erhaltungsgröße (in einem abgeschlossenen System) ist die Energie, hier die kinetische Energie, daraus wird die **Rotationsenergie $E_{rot} = ½ \cdot J \cdot \omega$** **$E_{rot}$ = ½ mal Massenträgheitsmoment mal Winkelgeschwindigkeit** Einheit: [kg·m²/s² = Joule]	kinetische Energie $E_{kin} = ½ \cdot mv^2$ [J]

Wie kann man sich an Hand von einfachen Experimenten diese DREH-Größen merken?



Eine Eiskunstläuferin beginnt eine Drehbewegung mit gestreckten Armen und zieht sie dann an den Körper – Resultat: die Drehbewegung wird schneller. Was ist da passiert?
Durch das Anlegen der Arme wird das Massenträgheitsmoment (J = Summe(m·r²)) kleiner, der Drehimpuls bleibt aber erhalten. Ein kleineres Trägheitsmoment **J** muss durch eine größere Winkelgeschwindigkeit **ω** kompensiert werden, da das Produkt L = J· **ω** gleich bleibt!

Bei einer ebenen Bewegung kann man dasselbe beim Stoß einer schweren Münze auf eine leichte Münze sehen. Der Impuls muss gleich bleiben, also wird bei kleinerer Masse die Geschwindigkeit vergrößert – die kleinere Münze wird schneller davonrasen.
[Die genaue Beschreibung vergisst aber nicht, dass auch die größere Münze noch einen Teil des Impulses übernimmt!]

Eine Kraft, die eine kurze Zeit wirkt, heißt Kraftstoß. So ein Kraftstoß verändert den Impuls des angestoßenen Dings (meist ein Ball). So wird der Ball ganz schnell beschleunigt und flitzt mit fast konstanter Geschwindigkeit übers Netz,…). Bei einer Drehbewegung wirkt die Drehkraft (Drehmoment) ganz kurze Zeit auf den Körper und bringt ihn in Drehbewegung, erhöht also den Drehimpuls.

Kraft mal Zeit ➔ Impulsänderung
Drehmoment mal Zeit ➔ Drehimpulsänderung

Eine weitere Größe ist die **Zentrifugalkraft**, die als Reaktionskraft auf die Drehbewegung (Scheinkraft) entsteht und ganz wichtig für die Astronautik ist ➔ Astronomie